

基于小波边缘刻画与 LBF 水平集变分模型的图像分割

杨志巧, 羿旭明

(武汉大学数学与统计学院, 湖北 武汉 430072)

摘要: 本文研究了基于水平集的图像分割的问题. 利用小波变换的方法, 构造出图像边缘刻画函数, 引入到 LBF 水平集分割变分模型中, 获得了基于小波变换的 WLBF 模型, 同时给出了 WLBF 模型的数值求解算法. 针对不同情景下的典型灰度图像, 给出了图像分割实例, 推广了 LBF 模型及算法, 实验结果证明 WLBF 模型及算法对图像分割的有效性.

关键词: 图像分割; 水平集; 小波变换; 变分法

MR(2010) 主题分类号: 97M50

中图分类号: O29

文献标识码: A

文章编号: 0255-7797(2019)01-0087-10

1 引言

在现代图像处理问题中, 图像分割是恢复目标图像形状^[1]、检测与识别目标对象^[2]、跟踪运动目标^[3]的关键技术, 也是图像分析和图像理解的基础. 自 20 世纪 70 年代以来, 图像分割一直备受研究者的关注, 并在医学、工业、军事等领域得到了广泛的应用^[4-7].

近年来, 关于图像分割的研究层出不穷, 水平集图像分割法^[8-10] 凭借其效率高和稳定性强等优势得到了迅猛发展. 其中基于 Mumford-Shah 模型^[11] 水平集方法是 20 世纪 80 年代提出的一种非常优秀的图像分割算法. 随后, Chan 和 Vese 以简化的 Mumford-Shah 模型和变分法为基础于在 2001 年提出了分段恒定两相图像分割的变分水平集 (C-V) 模型^[12]. 设定定义域为 Ω 的灰度图像 $I(x, y)$ 被水平集函数 $\phi(x, y)$ 的零水平集 Γ 划分成互不相交的两个区域 $R_1 = \{(x, y) | \phi(x, y) > 0, (x, y) \in \Omega\}$ 和 $R_2 = \{(x, y) | \phi(x, y) < 0, (x, y) \in \Omega\}$, 其中 R_1 为目标区域, 平均灰度为 c_1 , R_2 为背景区域, 平均灰度为 c_2 , Γ 表示边界, 即 $\Omega = R_1 \cup R_2 \cup \Gamma$ 且 $R_1 \cap R_2 = \emptyset$. C-V 模型即为下述能量泛函的极值问题

$$E^{CV}(\phi, c_1, c_2) = \lambda_1 \iint_{\Omega} H(\phi) |I(x, y) - c_1|^2 dx dy + \lambda_2 \iint_{\Omega} (1 - H(\phi)) |I(x, y) - c_2|^2 dx dy + \mu \cdot \text{Length}(\phi = 0), \quad (1.1)$$

其中 λ_1, λ_2 和 μ 为正常数, 表示各能量权重系数, $H(\phi) = \begin{cases} 1, \phi \geq 0, \\ 0, \phi < 0. \end{cases}$

该模型对于灰度均匀的图像分割很有效, 而且不受噪声影响^[13], 但是在分割灰度不均匀的图像时得不到满意的分割效果, 其次该模型在每次迭代时都要检验水平集函数是否为符号距离函数, 计算量大^[14], 不利于实现. Li 等^[15,16] 于 2007 年在 C-V 模型的基础上建立了局

*收稿日期: 2017-04-19 接收日期: 2017-10-18

基金项目: 国家自然科学基金面上项目 (11671307).

作者简介: 杨志巧 (1994-), 女, 湖北荆州, 硕士, 主要研究方向: 小波分析理论及其应用、图像处理.

部二值拟合 (LBF) 模型, 能较好的解决灰度不均匀图像的分割问题, 但是该模型中没有考虑图像的边缘信息, 从而边缘控制能力较弱, 不利于分割一些弱边缘或边缘模糊的图像^[17]. 文献 [18] 中提出利用小波变换对图像进行去噪以突出图像中的真实边缘, 基于此, 本文针对弱边缘图像的分割问题提出了利用小波变换的分解系数构造出边缘刻画函数的方法, 将其引入到模型的能量泛函中使得水平集函数在演化过程中能更迅速的捕捉到图像的边缘.

2 LBF 模型

LBF 模型是通过引入核函数 $K_\sigma(x, y)$ ^[19] 来寻找最优的轮廓曲线 C , 使曲线内部区域 Inside(C) 和外部区域 Outside(C) 的图像灰度拟合函数分别为 $f_1(x, y)$ 和 $f_2(x, y)$. 将曲线 C 作为零水平集 $\phi(x, y) = 0$, 内部区域和外部区域分别对应 $\{(x, y) | \phi(x, y) > 0, (x, y) \in \Omega\}$ 和 $\{(x, y) | \phi(x, y) < 0, (x, y) \in \Omega\}$. 为保证水平集函数 $\phi(x, y)$ 在迭代一定次数后仍然可以保持其光滑性, 增加能量惩罚项

$$P(\phi) = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} (|\nabla \phi(x, y)| - 1)^2 dx dy,$$

水平集函数 $\phi(x, y)$ 的长度可以表示为

$$\text{Length}(\phi = 0) = \iint_{\Omega} |\nabla H(\phi)| dx dy,$$

于是可得到如下完整的泛函极值问题

$$\begin{aligned} \min E^{\text{LBF}}(\phi, f_1, f_2) = & \lambda_1 \iint_{\Omega} K_\sigma(x, y) * (I(x, y) - f_1(x, y))^2 H(\phi) dx dy \\ & + \lambda_2 \iint_{\Omega} K_\sigma(x, y) * (I(x, y) - f_2(x, y))^2 (1 - H(\phi)) dx dy \quad (2.1) \\ & + \mu \iint_{\Omega} |\nabla H(\phi)| dx dy + \frac{1}{2} \nu \iint_{\Omega} (|\nabla \phi(x, y)| - 1)^2 dx dy, \end{aligned}$$

其中 $*$ 代表卷积运算, $\lambda_1, \lambda_2, \mu$ 和 ν 均为正常数, 表示各能量的权重系数, 核函数 $K_\sigma(x, y)$ 定义为

$$K_\sigma(x, y) = \begin{cases} \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right), & x^2 + y^2 \leq \sigma^2, \\ 0, & x^2 + y^2 > \sigma^2. \end{cases} \quad (2.2)$$

3 基于小波变换的 LBF 模型

3.1 WLBF 模型

图像分割在很大程度上取决于图像目标边缘的刻画, 若图像的真实边缘得到增强, 则更有利于图像的分割. 设原始灰度图像 $I(x, y)$ 经过二维小波分解后分别得到低频分解系数 I_{LL} 、水平高频分解系数 I_{HL} 、垂直高频分解系数 I_{LH} 和对角高频分解系数 I_{HH} , 将 4 组分解系数向上重复采样得到与原图像大小相同的稀疏矩阵, 为了表示方便, 仍分别记为 $I_{LL}(x, y)$, $I_{HL}(x, y)$, $I_{LH}(x, y)$, $I_{HH}(x, y)$, 分别代表图像的低频信息, 以及在水平、垂直和对角方向上

的高频信息. 梯度方向是函数变化最快的方向, 在图像处理中常用来刻画图像的边缘. 为了突出图像的边缘信息, 本文定义了如下基于小波分解系数的边缘信息刻画函数 $g(x, y)$:

$$g(x, y) = wD_L(x, y) + (1 - w)D_H(x, y), w \in [0, 1], \quad (3.1)$$

其中

$$\begin{aligned} D_L(x, y) &= |\nabla I_{LL}(x, y)|^2, D_{H1}(x, y) = |\nabla I_{HL}(x, y)|^2, \\ D_{H2}(x, y) &= |\nabla I_{LH}(x, y)|^2, D_{H3}(x, y) = |\nabla I_{HH}(x, y)|^2, \\ D_H(x, y) &= \frac{D_{H1}(x, y) + D_{H2}(x, y) + D_{H3}(x, y)}{3}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

将此刻画函数 $g(x, y)$ 引入到 LBF 模型的能量泛函中, 得到基于小波变换的 LBF 模型 (简记为 WLBF 模型), 此时图像的分割问题转化为如下能量泛函的极值问题:

$$\begin{aligned} \min E(\phi, f_1, f_2) &= \lambda_1 \iint_{\Omega} K_{\sigma}(x, y) * (I(x, y) - f_1(x, y))^2 H(\phi) dx dy \\ &+ \lambda_2 \iint_{\Omega} K_{\sigma}(x, y) * (I(x, y) - f_2(x, y))^2 (1 - H(\phi)) dx dy \\ &+ \mu \iint_{\Omega} g(x, y) |\nabla H(\phi)| dx dy + \frac{1}{2} \nu \iint_{\Omega} (|\nabla \phi(x, y)| - 1)^2 dx dy. \end{aligned} \quad (3.3)$$

为了求解上述问题, 分别针对 ϕ, f_1, f_2 最小化, 先固定 f_1 和 f_2 , 可以得到能量泛函 $E(\phi, f_1, f_2)$ 关于 ϕ 的梯度 $\frac{\partial E}{\partial \phi}$ 为

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial \phi} &= \delta(\phi) (\lambda_1 e_1 - \lambda_2 e_2) \\ &- \mu \cdot \delta(\phi) \left(\operatorname{div} \left(g \cdot \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) + \frac{\nabla g \cdot \nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - \nu \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \right), \end{aligned} \quad (3.4)$$

其中

$$e_i(x, y) = K_{\sigma}(x, y) * |I(x, y) - f_i(x, y)|^2, i = 1, 2,$$

$\delta(\phi) = H'(\phi)$. 由梯度下降流理论^[20], 令 $\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{\partial E}{\partial \phi}$, 即得水平集函数的演化控制方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} &= -\delta(\phi) (\lambda_1 e_1 - \lambda_2 e_2) \\ &+ \mu \cdot \delta(\phi) \left(\operatorname{div} \left(g \cdot \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) + \frac{\nabla g \cdot \nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) + \nu \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \right), \end{aligned} \quad (3.5)$$

其演化的初始条件定义为

$$\phi(0, x, y) = \phi_0(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{如果 } 30 \leq x \leq 90, 50 \leq y \leq 90, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

类似地, 针对 $f_1(x, y)$ 和 $f_2(x, y)$ 最小化, 可以得到如下形式的更新公式

$$\begin{aligned} f_1(x, y) &= \frac{K_{\sigma}(x, y) * [H(\phi(x, y)) I(x, y)]}{K_{\sigma}(x, y) * H(\phi(x, y))}, \\ f_2(x, y) &= \frac{K_{\sigma}(x, y) * [(1 - H(\phi(x, y))) I(x, y)]}{K_{\sigma}(x, y) * (1 - H(\phi(x, y)))}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

3.2 数值计算格式

水平集函数的演化过程由上述演化方程来刻画, 为了数值求解演化方程, 本文利用偏微分方程的差分解法. 假设平面网格步长和时间步长分别为 h 和 Δt , 经过 n 步演化, 水平集函数 $\phi(x, y)$ 在离散点 (i, j) 处的值用 $\phi_{i,j}^{(n)}$ 表示, 在时间和平面上采用如下中心差分格式进行离散化, 即

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_{(i,j)}^n &= \frac{\phi_{i,j}^{(n+1)} - \phi_{i,j}^{(n)}}{\Delta t}, \\ \phi_x^{(n)} &= \left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_{(i,j)}^n = \frac{1}{2h} \left(\phi_{i+1,j}^{(n)} - \phi_{i-1,j}^{(n)} \right), \\ \phi_y^{(n)} &= \left. \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|_{(i,j)}^n = \frac{1}{2h} \left(\phi_{i,j+1}^{(n)} - \phi_{i,j-1}^{(n)} \right), \\ \phi_{xx}^{(n)} &= \left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right|_{(i,j)}^n = \frac{1}{h^2} \left(\phi_{i+1,j}^{(n)} + \phi_{i-1,j}^{(n)} - 2\phi_{i,j}^{(n)} \right), \\ \phi_{yy}^{(n)} &= \left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right|_{(i,j)}^n = \frac{1}{h^2} \left(\phi_{i,j+1}^{(n)} + \phi_{i,j-1}^{(n)} - 2\phi_{i,j}^{(n)} \right), \\ \phi_{xy}^{(n)} &= \left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \right|_{(i,j)}^n = \frac{1}{h^2} \left(\phi_{i+1,j+1}^{(n)} - \phi_{i-1,j+1}^{(n)} - \phi_{i+1,j-1}^{(n)} + \phi_{i-1,j-1}^{(n)} \right) \end{aligned} \quad (3.7)$$

且

$$k_{i,j}^{(n)} = \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \phi^{(n)}}{|\nabla \phi^{(n)}|} \right) \Big|_{i,j}, p_{i,j}^{(n)} = \operatorname{div} \left(g \cdot \frac{\nabla \phi^{(n)}}{|\nabla \phi^{(n)}|} \right) \Big|_{i,j}, l_{i,j}^{(n)} = \frac{\nabla g \cdot \nabla \phi^{(n)}}{|\nabla \phi^{(n)}|} \Big|_{i,j}. \quad (3.8)$$

在第 n 步演化中, 水平集函数 $\phi(x, y)$ 用 $\phi^{(n)}(x, y)$ 来表示, 则

$$\begin{aligned} f_1^{(n)}(x, y) &= \frac{K_\sigma(x, y) * [H(\phi^{(n)}(x, y)) I(x, y)]}{K_\sigma(x, y) * H(\phi^{(n)}(x, y))}, \\ f_2^{(n)}(x, y) &= \frac{K_\sigma(x, y) * [(1 - H(\phi^{(n)}(x, y))) I(x, y)]}{K_\sigma(x, y) * (1 - H(\phi^{(n)}(x, y)))}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

于是

$$\begin{aligned} e_1^n(x, y) &= K_\sigma(x, y) * \left(I(x, y) - f_1^n(x, y) \right)^2, \\ e_2^n(x, y) &= K_\sigma(x, y) * \left(I(x, y) - f_2^n(x, y) \right)^2. \end{aligned} \quad (3.10)$$

此时, 演化方程的离散化形式为

$$\begin{aligned} \phi_{i,j}^{(n+1)} &= \phi_{i,j}^{(n)} + \Delta t \cdot \left[-\delta \left(\phi_{i,j}^{(n)} \right) \left(\lambda_1 e_1^n(i, j) - \lambda_2 e_2^n(i, j) \right) + \delta \left(\phi_{i,j}^{(n)} \right) \cdot \mu \cdot \left(p_{i,j}^{(n)} + l_{i,j}^{(n)} \right) \right. \\ &\quad \left. + \nu \left(\phi_{i+1,j}^{(n)} + \phi_{i-1,j}^{(n)} + \phi_{i,j+1}^{(n)} + \phi_{i,j-1}^{(n)} - 4\phi_{i,j}^{(n)} - k_{i,j}^{(n)} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.11)$$

3.3 求解算法

根据上述分析, 其改进模型的求解算法步骤如下

步骤 1 设置初始化参数: 给定数据项系数 λ_1, λ_2 , 正则项系数 μ , 惩罚项系数 ν , 网格间隔步长 h , 时间步长 Δt , 权重系数 w , 核函数参数 σ , 迭代次数 n ;

步骤 2 初始化水平集函数 $\phi(x, y)$, 并根据函数的演化公式 $f_1(x, y), f_2(x, y)$, 初始化 $f_1(x, y), f_2(x, y)$;

步骤 3 将图像进行小波分解, 并构造边缘信息刻画函数 $g(x, y)$;

步骤 4 根据曲线演化方程描述的形式, 计算水平集函数 ϕ 的演化方程式, 即

$$\begin{aligned} \phi_{i,j}^{(n+1)} = & \phi_{i,j}^{(n)} + \Delta t \cdot \left[-\delta \left(\phi_{i,j}^{(n)} \right) \left(\lambda_1 e_1^{(n)}(i, j) - \lambda_2 e_2^{(n)}(i, j) \right) + \delta \left(\phi_{i,j}^{(n)} \right) \cdot \mu \cdot \left(p_{i,j}^{(n)} + l_{i,j}^{(n)} \right) \right. \\ & \left. + \nu \left(\phi_{i+1,j}^{(n)} + \phi_{i-1,j}^{(n)} + \phi_{i,j+1}^{(n)} + \phi_{i,j-1}^{(n)} - 4\phi_{i,j}^{(n)} - k_{i,j}^{(n)} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.12)$$

步骤 5 从水平集函数中提取出迭代 n 次后的零水平集函数围成的闭合曲线;

步骤 6 判断此时的分割效果是否满意, 如果满意, 则输出分割结果, 并终止迭代; 如果不满意, 则转到步骤 4, 继续下一次迭代, 直到分割结果令人满意为止.

4 图像分割实验

在对本文的方法进行实验以前, 本文先对 LBF 模型进行实验, 实验中采用 Heaviside 函数

$$\begin{aligned} H_\varepsilon(x) &= \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2}{\pi} \arctan \left(\frac{x}{\varepsilon} \right) \right], \\ \delta_\varepsilon(x) &= H'_\varepsilon(x) = \frac{1}{\pi} \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + x^2}, \end{aligned}$$

其中正则化参数 $\varepsilon = 1$, 能量泛函中各参数分别为 $\mu = 0.001 \times 255^2$, $\nu = 1$, 空间步长 $h = 1$, 时间步长 $\Delta t = 0.1s$, 核函数参数 $\sigma = 3$, $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$. 实验中选取了 4 张典型的灰度图像, 包含灰度均匀和灰度不均匀的两种图像, 迭代次数分别设置为 10、50 以及 500, 演化过程及分割结果分别如图 1 所示.

观察上述使用 LBF 模型对图像进行分割的结果, 该模型对于灰度较为均匀的图像分割结果比较理想, 但是对多孔图像和灰度不均匀图像, 分割效果如图 1 中下面两幅结果所示, 其结果并不令人满意.

接下来对本文中提出的 WLBF 模型进行实验, 实验中本文选取 db3 小波对图像进行分解, 边缘刻画函数的权重参数分别取 0, 0.5 以及 1 进行实验, 其余参数选取和使用 LBF 模型进行实验时的参数一样, 实验结果如图 2 所示.

观察上述 3 种权重系数下的分割效果, 发现 $w = 0.5$ 时的分割效果比另两种情况更好, 故在本文实验中选取权重参数 $w = 0.5$ 进行实验, 并将 WLBF 模型的分割效果和原 LBF 模型的分割效果进行了对比, 各图像的分割效果如图 3 所示.

观察上述分割效果可知, 本文 WLBF 模型的分割方法取得了较好的分割效果, 从简单的图像到多孔图像、医学图像、不规则图像以及背景较为复杂的图像, WLBF 模型均能获得较好的分割效果, 和 LBF 模型进行对比, 其迭代次数和演化时间如表 1 所示.

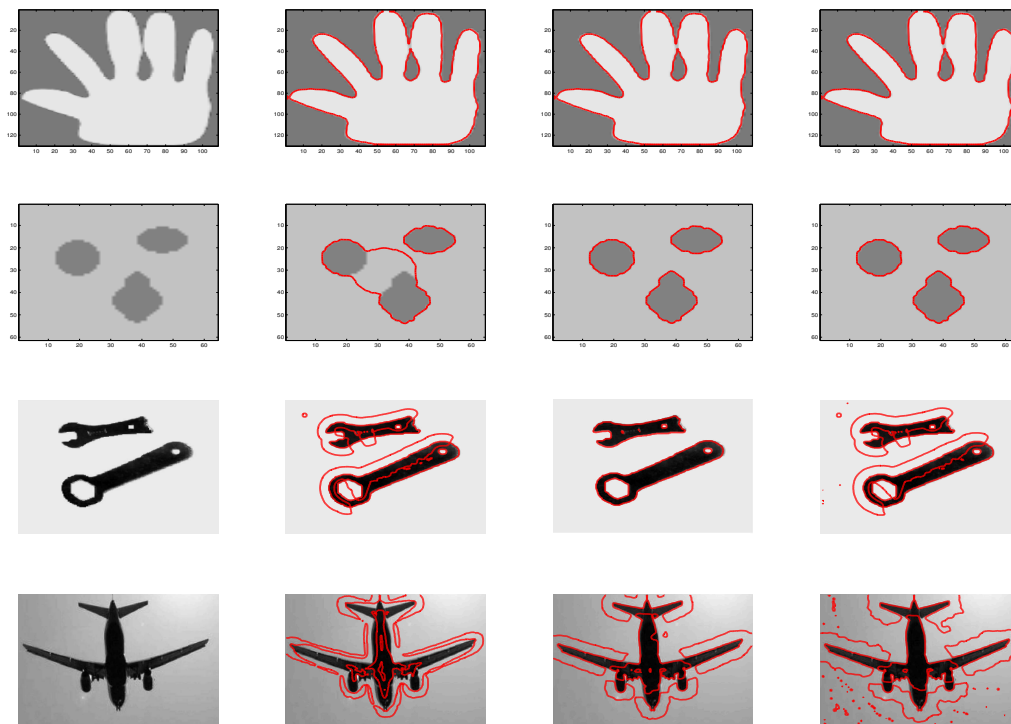


图 1: 基于 LBF 模型分割效果图 (第一列为待分割图像, 第二列为迭代 10 次的结果, 第三列为迭代 50 次的分割结果, 第四列为迭代 500 次的分割结果)

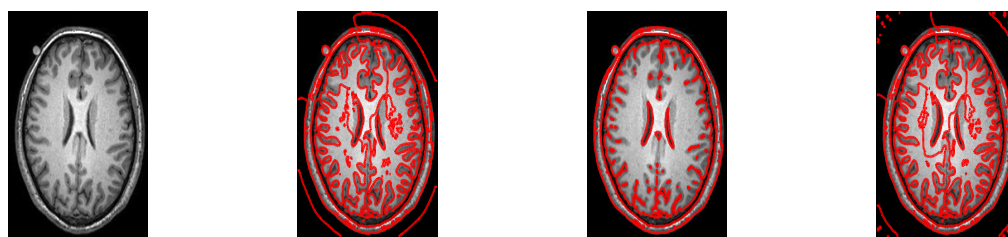


图 2: 第一张为待分割图像, 第二张为 $w = 0$ 时分割结果, 第三张为 $w = 0.5$ 时分割结果, 第四张为 $w = 1$ 时分割结果

表 1: LBF 模型和本文 WLBF 模型迭代次数与演化时间对比

		图 1	图 2	图 3	图 4	图 5	图 6
迭代次数	LBF 模型	200	300	500	500	500	500
	WLBF 模型	2	10	16	20	16	20
演化时间	LBF 模型	48.64	21.10	31.61	29.40	16.84	98.92
	WLBF 模型	10.42	17.06	26.45	10.29	7.72	83.92

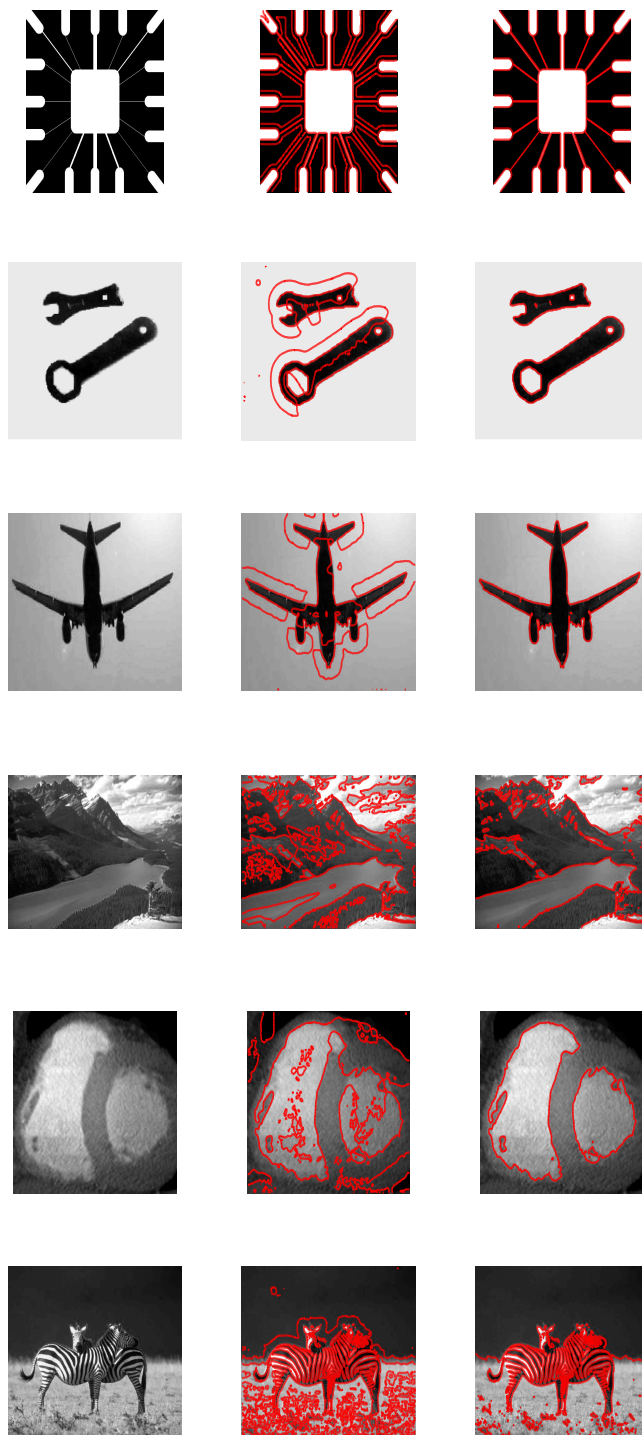


图 3: 图像分割图 (第一列为待分割图像, 第二列为 LBF 模型分割结果, 第三列为本文 WLBF 模型分割结果)

从表 1 可以看出, 在使用原 LBF 模型进行分割时, 部分图像迭代 500 次还未达到理想的分割效果, 而使用本文提出的 WLBF 模型时, 迭代 20 次就可以取得满意的效果. 在曲线的演化时间方面各种图像均有不同程度的减少, 其中图 1、图 4 和图 5 的演化时间减少了 50% 以上, 平均演化时间减少了 41.17%.

为了进一步检验本文 WLBF 模型对复杂图像例如遥感图像以及含噪图像分割的可行性, 本文进行了分割实验. 分别如图 4 所示. 观察上述两张遥感图像的分割效果, 可以发现图像

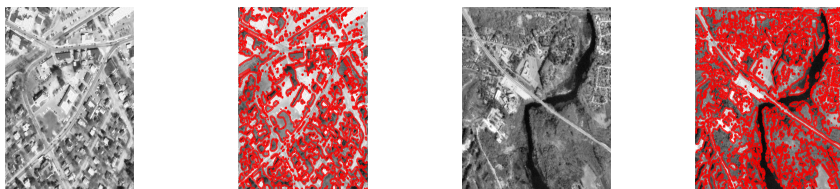


图 4: 图像分割图 (第一张和第三张为待分割图像, 第二张和第四张为迭代 30 次的分割效果)

中的房屋、河流和公路和草坪等都可以较准确的被分割出来, 迭代次数均仅为 30 次, 其中第一张图和第二张图的演化时间分别为 112.68s 和 91.97s.

另外对有噪声图像的分割, 图像选择的是空中飞行的飞机, 有云、雾等噪声的干扰, 由于图像分割难度较大, 当迭代次数较少时, 会导致许多非目标物体被标记出来, 如图 5 中第二张和第三张所示. 使用 WLBF 模型, 虽然较前面数值算例的迭代次数有所增加, 但经过 80 次迭代, 仍能得到较为理想的分割结果, 如图 5 中第四张图片所示.

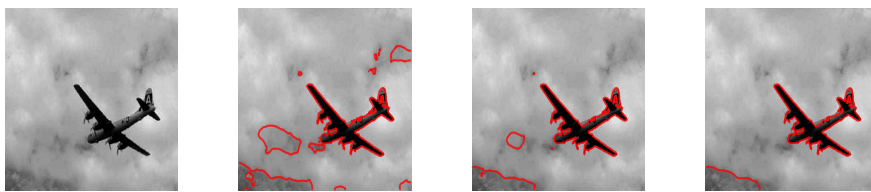


图 5: 含噪图像分割图 (第一张为待分割图像, 第二张为迭代 20 次的分割结果, 第三张为迭代 50 次的分割结果, 第四为张迭代 80 次的分割结果)

5 结语

本文提出了一种基于小波变换的水平集图像分割模型和算法, 从实验效果以及分割效率两方面考虑, 本文所提 WLBF 模型较 LBF 模型均有不同程度的改善和提高, 而且本文所给模型和算法对噪声的干扰也显示模型和算法的鲁棒性.

参 考 文 献

- [1] Suri J S, Liu K, Singh S, et al. Shape recovery algorithms using level sets in 2d/3d medical imagery: a state of the art review[J]. IEEE Trans. Inform. Tech Biomed., 2002, 6(1): 8–28.
- [2] 徐凯. 隐式曲面上分段光滑图像分割研究 [D]. 青岛: 青岛大学, 2010.
- [3] Paragios N. A level set approach for shape-driven segmentation and tracking of the left ventricle[J]. J. LATEX Class Files, 2002, 8(1): 1–4.
- [4] James A, Sethian. Fronts propagating with curvature dependent speed: algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations Stanley Osher[J]. J. Comput. Phys., 1988, 79: 12–49.
- [5] 刘伟军. 基于水平集的图像分割方法及其在医学图像中的应用 [D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2009.
- [6] Venkata R, Lee C H, Patel R. Multi-channel synchronization for programmable logic device serial interface[P]. United States, US 7272677 B1, 2007.
- [7] 丁鹭飞, 耿富录, 陈建春. 雷达原理 (4 版)[M]. 北京: 电子工业出版社, 2009.
- [8] 王建步, 李维国. 一种基于水平集的图像分割新方法 [D]. 北京: 微计算机应用, 2008: 6–10.
- [9] Huang Heyu, Qu Xiaochao, Liang Jimin, He Xiaowei, Chen Xueli, Yang Da'an, Tian Jie. A multi-phase level set framework for source reconstruction in bioluminescence tomography[J]. J. Comput. Phys., 2010, 229: 5246–5256.
- [10] Fang Jiangxiong, Yang Jie, Liu Huaxiong. Efficient and robust fragments-based multiple kernels tracking[J]. Intern. J. Electr. Commun., 2011, 65: 915–923.
- [11] Osher S, Sethian J A. Fronts propagating with curvature dependent speed: Algorithms based on the Hamilton-Jacobi formulation[J]. J. Comput. Phys., 1988, 79: 12–49.
- [12] Chan T, Vese L. Active contours without edges[J]. IEEE Trans. Image Proc., 2011, 10(2): 266–277.
- [13] Vese L, Chan T. A multiphase level set framework for image segmentation using the Mumford and Shah model[J]. Intern. J. Comput. Vis., 2002, 50(3): 271–293.
- [14] Zhu G P, Zhang S Q, Zeng Q S, Wang C H. Boundary-based image segmentation using binary level set method[J]. Opt. Eng., 2007, 46(5): 1–3.
- [15] Li C M, Kao C Y, Gore J C, et al. Implicit active contours driven by local binary fitting energy[J]. IEEE Conf. Computer Vision Patt. Recog., 2007: 1–7.
- [16] Li C M, Kao C Y, Gore J C, et al. Minimization of region-scalable fitting energy for image segmentation[J]. IEEE Conf. Image Proc., 2008, 17(10): 1940–1949.
- [17] Zhang K H, Song H H, Zhang L. Active contours driven by local image fitting energy[J]. Patt. Recog., 2010, 4(43): 1199–1206.
- [18] Lu P, Satou A, Miyamoto M, et al. Novel denoising technique based on filtering the coefficients of a redundant wavelet transform[J]. Opti. Engin., 2007, 46(1): 1–6.
- [19] Cheng J. Mean shift, mode seeking and clustering[J]. IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intel., 1995, 17: 790–799.
- [20] 王大凯, 候榆青, 彭进业. 图像处理的偏微分方程方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2008.

A LEVEL SET METHOD FOR IMAGE SEGMENTATION BASED ON WAVELET EDGE CHARACTERIZATION AND LBF MODEL

YANG Zhi-qiao, YI Xu-ming

(School of Mathematics and Statistics, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract: In this paper, we study the problem of image segmentation based on level set. By using wavelet transform method, the image edge characterization function is constructed and introduced into the LBF level set segmentation variational model, the WLBF model based on wavelet transform is established and the numerical solution algorithm of the WLBF model is also given. For typical grayscale images under different scenarios, examples of image segmentation are given, and the LBF model and algorithm are generalized, experimental results demonstrate the effectiveness of WLBF for image segmentation.

Keywords: image segmentation; level set; wavelet transform; variational

2010 MR Subject Classification: 97M50