Vol. 39 (2019)
No. 1

数 学 杂 志
J. of Math. (PRC)

离散 Leslie-Gower 食物链模型的动力学行为研究

苏倩倩
(郑州成功财经学院通识教育中心, 河南 郑州 451200)

摘 要: 本文研究了一类离散 Leslie-Gower 三维食物链模型动力学行为. 利用差分不等式, 获得了在一定的条件下种群 x_1, x_3 持久而 x_2 绝灭, 然后构造适当的差分 Lyapunov 函数, 得到了该系统全局吸引性的充分性条件, 推广了 Huo 在文 [2] 中的结果.

关键词: 离散; 食物链; 持久性; 绝灭性; 全局吸引性
MR(2010) **主题分类号**: 34A99; 34D23 **中图分类号**: O175.12
文献标识码: A **文章编号**: 0255-7797(2019)01-0053-07

1 引言

Leslie-Gower 作为一个重要的生态系统模型, 已经引起了许多学者的关注, 并且得到了很多好的结果 (见文献 [1–12] 及所引文献). 但是, 对于生命短, 世代不重叠的种群或者虽然生命长, 世代重叠的种群在其数量少的时候, 用差分方程 (离散的动力模型) 来表示更为合理 (见文献 [13]). 鉴于此, 本文将研究如下离散的 Leslie-Gower 模型

$$\begin{cases} x_1(n+1)=x_1(n)\exp\{a_0(n)-b_0(n)x_1(n)-\frac{v_0(n)x_2(n)}{d_0(n)+x_1(n)}\},\\ x_2(n+1)=x_2(n)\exp\{-a_1(n)+\frac{v_1(n)x_1(n)}{d_1(n)+x_1(n)}-\frac{v_2(n)x_3(n)}{d_2(n)+x_2(n)}\},\\ x_3(n+1)=x_3(n)\exp\{c_3(n)-\frac{v_3(n)x_3(n)}{d_3(n)+x_2(n)}\}, \end{cases} \tag{1.1}$$

其中 $x_i(n)$ $(i=1,2,3)$ 为种群 i 在 n 时刻的密度, $a_0, b_0, v_0, d_0, a_1, v_1, d_1, v_2, d_2, c_3, v_3$ 和 d_3 均为连续的有正的上下界的序列, 且 $x_i(0)\geq 0$ $(i=1,2,3)$.

文 [2] 对离散两种群 Leslie-Gower 模型的周期解和全局吸引性进行了研究, 而文 [3] 首次提出了一类连续的三种群 Leslie-Gower 模型. 一个自然而然的问题是: 离散三维 Leslie-Gower 模型的动力学行为又将怎样呢? 据笔者所知, 至今尚未有学者研究离散三维 Leslie-Gower 模型. 本文参照文 [14] 的分析手法来研究系统 (1.1) 的动力学行为. 更多有关 Leslie-Gower 模型的背景可以参考文献 [3]. 这里对任意的序列 $\{a(n)\}$, 记 $a^u=\sup\limits_{n\in N}\{a(n)\}$, $a^l=\inf\limits_{n\in N}\{a(n)\}$.

2 引理

引理 2.1 [15] 假设序列 $\{x(k)\}$ 满足 $x(k)>0$, $a(k)$ 和 $b(k)$ 为有正的上下界的非负序列, 若 $x(k+1)\leq x(k)\exp\{a(k)-b(k)x(k)\}$, $k\in N$, 则

$$\limsup_{k\to+\infty} x(k)\leq \frac{1}{b^l}\exp(a^u-1).$$

*收稿日期: 2017-09-18 接收日期: 2018-02-23
基金项目: 福建省自然科学基金 (2015J01012; 2015J01019).
作者简介: 苏倩倩 (1984–), 女, 河南郑州, 讲师, 主要研究方向: 微分方程.

引理 2.2 [16] 假设序列 $\{x(k)\}$ 满足 $x(k)>0$, $a(k)$ 和 $b(k)$ 为有正的上下界的非负序列, 若 $x(k+1)\geq x(k)\exp\{a(k)-b(k)x(k)\}, k\geq N_0, x(N_0)>0$, 其中 $N_0\in N$, 且 $\limsup\limits_{k\to+\infty} x(k)\leq x^*$, 则

$$\liminf_{k\to+\infty} x(k)\geq \min\left\{\frac{a^l}{b^u}\exp(a^l-b^u x^*), \frac{a^l}{b^u}\right\}.$$

3 持久性与全局吸引性

定理 3.1 若

$$v_1^u-a_1^l<0 \tag{H$_1$}$$

成立, 则种群 x_1 与 x_3 持久, 而种群 x_2 绝灭.

证 设 $x(n)=(x_1(n),x_2(n),x_3(n))^T$ 为系统 (1.1) 的任意正解. 由系统 (1.1) 的第一个方程得

$$x_1(n+1)\leq x_1(n)\exp\{a_0(n)-b_0(n)x_1(n)\}.$$

由引理 2.1, 得到

$$\limsup_{n\to+\infty} x_1(n)\leq \frac{\exp(a_0^u-1)}{b_0^l}\triangleq M_1. \tag{3.1}$$

由系统 (1.1) 的第二个方程可得

$$x_2(n+1)\leq x_2(n)\exp\{v_1(n)-a_1(n)\}\leq x_2(n)\exp\left\{v_1^u-a_1^l\right\}, \tag{3.2}$$

$$x_2(n)\leq x_2(0)\exp\left\{n(v_1^u-a_1^l)\right\}. \tag{3.3}$$

由条件 (H_1) 知

$$\lim_{n\to+\infty} x_2(n)=0. \tag{3.4}$$

所以对于足够小的 $\varepsilon>0$, 存在 $N_1>0$, $N_1\in N$, 对任意 $n>N_1$, 都有

$$x_1(n)\leq M_1+\varepsilon,\ x_2(n)\leq\varepsilon. \tag{3.5}$$

由系统 (1.1) 的第三个方程得

$$x_3(n+1)\leq x_3(n)\exp\left\{c_3(n)-\frac{v_3(n)}{d_3(n)+\varepsilon}x_3(n)\right\}. \tag{3.6}$$

由引理 2.1 知

$$\limsup_{n\to+\infty} x_3(n)\leq \frac{d_3^u+\varepsilon}{v_3^l}\exp(c_3^u-1).$$

令 $\varepsilon\to 0$ 得

$$\limsup_{n\to+\infty} x_3(n)\leq \frac{d_3^u}{v_3^l}\exp(c_3^u-1)\triangleq M_3. \tag{3.7}$$

则对于上述 $\varepsilon>0$, 存在 $N_2>N_1, N_2\in N$, 对任意 $n>N_2$, 都有

$$x_3(n)\leq M_3+\varepsilon. \tag{3.8}$$

所以

$$x_1(n+1) \geq x_1(n)\exp\left\{a_0(n) - b_0(n)x_1(n) - \frac{v_0(n)}{d_0(n)}\varepsilon\right\}. \tag{3.9}$$

因为 ε 足够小, 所以 $a_0(n) - \frac{v_0(n)}{d_0(n)}\varepsilon$ 仍为正序列. 则由引理 2.2 知

$$\liminf_{n\to+\infty} x_1(n) \geq \min\left\{\frac{a_0^l - \frac{v_0^u}{d_0^l}\varepsilon}{b_0^u}\exp(a_0^l - \frac{v_0^u}{d_0^l}\varepsilon - b_0^u M_1), \frac{a_0^l - \frac{v_0^u}{d_0^l}\varepsilon}{b_0^u}\right\}.$$

令 $\varepsilon \to 0$ 得

$$\liminf_{n\to+\infty} x_1(n) \geq \min\left\{\frac{a_0^l}{b_0^u}\exp(a_0^l - b_0^u M_1), \frac{a_0^l}{b_0^u}\right\} \triangleq m_1. \tag{3.10}$$

由系统 (1.1) 的第三个方程得

$$x_3(n+1) \geq x_3(n)\exp\left\{c_3(n) - \frac{v_3(n)}{d_3(n)}x_3(n)\right\}. \tag{3.11}$$

由引理 2.2 知

$$\liminf_{n\to+\infty} x_3(n) \geq \min\left\{\frac{d_3^l c_3^l}{v_3^u}\exp\left\{c_3^l - \frac{v_3^u}{d_3^l}M_3\right\}, \frac{d_3^l c_3^l}{v_3^u}\right\} \triangleq m_3. \tag{3.12}$$

下证 $M_1 > m_1$.

(1) 当 $a_0^l - b_0^u M_1 \geq 0$ 时, $m_1 = \frac{a_0^l}{b_0^u}$, 此时 $M_1 = \frac{\exp(a_0^u - 1)}{b_0^l} \geq \frac{a_0^u}{b_0^l}$. 这里用到 $\exp(x-1) \geq x$ $(x > 0)$. 又因为 $\{a_0(n)\}\,\{b_0(n)\}$ 为连续的有正的上下界的序列, 所以 $a_0^u > a_0^l$, $b_0^u > b_0^l$, 即

$$M_1 = \frac{\exp(a_0^u - 1)}{b_0^l} \geq \frac{a_0^u}{b_0^l} > \frac{a_0^l}{b_0^u} = m_1.$$

(2) 当 $a_0^l - b_0^u M_1 < 0$, 即 $M_1 > \frac{a_0^l}{b_0^u}$ 时,

$$m_1 = \frac{a_0^l}{b_0^u}\exp(a_0^l - b_0^u M_1),$$

此时 $M_1 \exp(b_0^u M_1 - a_0^l) > \frac{a_0^l}{b_0^u}$, 即

$$M_1 > \frac{a_0^l}{b_0^u}\exp(a_0^l - b_0^u M_1) = m_1,$$

这里用到当 $x > \frac{a}{b}$ 时, $x\exp(bx - a) > \frac{a}{b}$ $(a > 0,\ b > 0)$.

综上所述 $M_1 > m_1$, 同理可以证明 $M_3 > m_3$. 定理 3.1 证毕.

定理 3.2　假设 (H_1) 成立, 且

$$\lambda_1 = \max\left\{|1 - b_0^u M_1|, |1 - b_0^l m_1|\right\} < 1,\ \ \lambda_2 = \max\left\{\left|1 - \frac{v_3^u}{d_3^l}M_3\right|, \left|1 - \frac{v_3^l}{d_3^u}m_3\right|\right\} < 1.$$

则系统 (1.1) 是全局吸引的.

证 设 $(x_1(n), x_2(n), x_3(n))^T$, $(\bar{x}_1(n), \bar{x}_2(n), \bar{x}_3(n))^T$ 为系统 (1.1) 的任意两个正解. 因为 $v_1^u - a_1^l < 0$, 由定理 3.1 知 $\lim\limits_{n\to+\infty} x_2(n) = 0$, 则 $\lim\limits_{n\to+\infty}(x_2(n) - \bar{x}_2(n)) = 0$. 所以对于上述的 $\varepsilon > 0$, 存在 $N_3 > N_2, N_3 \in N$, 对于任意的 $n > N_3$, 都有

$$\begin{aligned}
&m_1 - \varepsilon \le x_1(n) \le M_1 + \varepsilon, |x_2(n) - \bar{x}_2(n)| \le \varepsilon,\ \ m_3 - \varepsilon \le x_3(n) \le M_3 + \varepsilon,\\
&\lambda_{1\varepsilon} = \max\left\{|1 - b_0^u(M_1 + \varepsilon)|, |1 - b_0^l(m_1 - \varepsilon)|\right\} < 1,\\
&\lambda_{2\varepsilon} = \max\left\{\left|1 - \frac{v_3^u}{d_3^l}(M_3 + \varepsilon)\right|, \left|1 - \frac{v_3^l}{d_3^u}(m_3 - \varepsilon)\right|\right\} < 1.
\end{aligned} \tag{3.13}$$

令 $u(n) = \ln x_1(n) - \ln \bar{x}_1(n)$. 当 $n > N_3$ 时, 有

$$\begin{aligned}
|u(n+1)| &= |\ln x_1(n+1) - \ln \bar{x}_1(n+1)|\\
&\le |\ln x_1(n) - \ln \bar{x}_1(n) - b_0(n)(x_1(n) - \bar{x}_1(n))|\\
&\quad + v_0(n)\left|\frac{x_2(n) - \bar{x}_2(n)}{d_0(n) + x_1(n)}\right| + v_0(n)\bar{x}_2(n)\left|\frac{x_1(n) - \bar{x}_1(n)}{(d_0(n) + x_1(n))(d_0(n) + \bar{x}_1(n))}\right|\\
&\le |\ln x_1(n) - \ln \bar{x}_1(n) - b_0(n)(x_1(n) - \bar{x}_1(n))|\\
&\quad + \frac{v_0(n)}{d_0(n) + m_1 - \varepsilon}|x_2(n) - \bar{x}_2(n)| + v_0(n)\varepsilon\left|\frac{x_1(n) - \bar{x}_1(n)}{(d_0(n) + m_1 - \varepsilon)^2}\right|\\
&\le |\ln x_1(n) - \ln \bar{x}_1(n) - b_0(n)(x_1(n) - \bar{x}_1(n))|\\
&\quad + \left|\frac{v_0^u}{d_0^l + m_1 - \varepsilon} + \frac{2v_0^u(M_1 + \varepsilon)}{(d_0^l + m_1 - \varepsilon)^2}\right|\varepsilon.
\end{aligned} \tag{3.14}$$

又因为 $x_1(n) - \bar{x}_1(n) = \xi_1(n)(\ln x_1(n) - \ln \bar{x}_1(n))$, 其中 $\xi_1(n)$ 介于 $x_1(n)$ 和 $\bar{x}_1(n)$ 之间.

当 $n > N_3$ 时, 有 $m_1 - \varepsilon \le \xi_1(n) \le M_1 + \varepsilon$. 则由 (3.13), (3.14) 式知

$$\begin{aligned}
|u(n+1)| &\le |(1 - b_0(n)\xi_1(n))(\ln x_1(n) - \ln \bar{x}_1(n))|\\
&\quad + \left|\frac{v_0^u}{d_0^l + m_1 - \varepsilon} + \frac{2v_0^u(M_1 + \varepsilon)}{(d_0^l + m_1 - \varepsilon)^2}\right|\varepsilon\\
&\le \max\left\{|1 - b_0^u(M_1 + \varepsilon)|, |1 - b_0^l(m_1 - \varepsilon)|\right\}|u(n)|\\
&\quad + \left|\frac{v_0^u}{d_0^l + m_1 - \varepsilon} + \frac{2v_0^u(M_1 + \varepsilon)}{(d_0^l + m_1 - \varepsilon)^2}\right|\varepsilon\\
&\le \lambda_{1\varepsilon}|u(n)| + \left|\frac{v_0^u}{d_0^l + m_1 - \varepsilon} + \frac{2v_0^u(M_1 + \varepsilon)}{(d_0^l + m_1 - \varepsilon)^2}\right|\varepsilon.
\end{aligned} \tag{3.15}$$

令 $\varepsilon \to 0$ 得 $|u(n+1)| \le \lambda_1|u(n)|$. 因此 $|u(n+1)| \le \lambda_1^{n+1-N_3}|u(N_3)|$, 所以

$$\lim_{n\to+\infty}(x_1(n) - \bar{x}_1(n)) = 0. \tag{3.16}$$

令 $v(n) = \ln x_3(n) - \ln \bar{x}_3(n)$.

当 $n > N_3$ 时, 有

$$\begin{aligned}|v(n+1)| &= |\ln x_3(n+1) - \ln \bar{x}_3(n+1)| \\ &= |\ln x_3(n) - \ln \bar{x}_3(n) \\ &\quad -v_3(n)[\frac{x_3(n)-\bar{x}_3(n)}{d_3(n)+x_2(n)} + \bar{x}_3(n)\frac{\bar{x}_2(n)-x_2(n)}{(d_3(n)+x_2(n))(d_3(n)+\bar{x}_2(n))}]| \\ &\leq |\ln x_3(n) - \ln \bar{x}_3(n) - \frac{v_3(n)}{d_3(n)+x_2(n)}(x_3(n)-\bar{x}_3(n))| \\ &\quad +\frac{v_3^u(M_3+\varepsilon)}{(d_3^l)^2}|x_2(n)-\bar{x}_2(n)|. \end{aligned} \tag{3.17}$$

又因为 $x_3(n) - \bar{x}_3(n) = \xi_3(n)(\ln x_3(n) - \ln \bar{x}_3(n))$, 其中 $\xi_3(n)$ 介于 $x_3(n)$ 与 $\bar{x}_3(n)$ 之间. 当 $n > N_3$ 时, 有 $m_3 - \varepsilon \leq \xi_3(n) \leq M_3 + \varepsilon$. 由 (3.17) 式知

$$\begin{aligned}|v(n+1)| &\leq \left|\left(1 - \tfrac{v_3(n)}{d_3(n)+x_2(n)}\xi_3(n)\right)|\ln x_3(n) - \ln \bar{x}_3(n)|\right| + \tfrac{v_3^u(M_3+\varepsilon)}{(d_3^l)^2}\varepsilon \\ &\leq \max\left\{\left|1 - \tfrac{v_3^u(M_3+\varepsilon)}{d_3^l}\right|, \left|1 - \tfrac{v_3^l(m_3-\varepsilon)}{d_3^u}\right|\right\}|v(n)| + \tfrac{v_3^u(M_3+\varepsilon)}{(d_3^l)^2}\varepsilon \\ &= \lambda_{2\varepsilon}|v(n)| + \tfrac{v_3^u(M_3+\varepsilon)}{(d_3^l)^2}\varepsilon. \end{aligned} \tag{3.18}$$

令 $\varepsilon \to 0$ 得 $|v(n+1)| \leq \lambda_2 |v(n)|$. 因此 $|v(n+1)| \leq \lambda_2^{n+1-N_3}|v(N_3)|$, 所以

$$\lim_{n\to+\infty}(x_3(n) - \bar{x}_3(n)) = 0. \tag{3.19}$$

定理 3.2 证毕.

4 数值模拟

例 4.1 考虑下面的系统

$$\begin{cases} x_1(n+1) = x_1(n)\exp\left\{0.2(\cos^2(n+0.1)+1) - 2(\sin^2 n + 1.5)x_1(n) - \frac{x_2(n)}{x_1(n)+2}\right\}, \\ x_2(n+1) = x_2(n)\exp\left\{-(\cos^2 n + 2) + \frac{0.5(\sin^2(n+5)+1)x_1(n)}{x_1(n)+2} - \frac{x_3(n)}{x_2(n)+2}\right\}, \\ x_3(n+1) = x_3(n)\exp\left\{0.5(\sin^2 n + 1) - \frac{0.01(\sin^2 n+10)x_3(n)}{0.01(\cos^2 n+10)+x_2(n)}\right\}. \end{cases} \tag{4.1}$$

对应于系统 (1.1), 计算可知

$$\begin{aligned} &M_1 \approx 0.1829,\ m_1 \approx 0.0196,\ M_3 \approx 1.100, m_3 \approx 0.2235, \\ &v_1^u - a_1^l = -1 < 0, \\ &\lambda_1 = \max\left\{|1 - b_0^u M_1|, |1 - b_0^l m_1|\right\} \approx 0.9412 < 1, \\ &\lambda_2 = \max\left\{\left|1 - \frac{v_3^u}{d_3^l}M_3\right|, \left|1 - \frac{v_3^l}{d_3^u}m_3\right|\right\} \approx 0.7968 < 1. \end{aligned}$$

满足定理 3.1 和定理 3.2 的条件, 下面给出系统 (4.1) 的模拟图像.

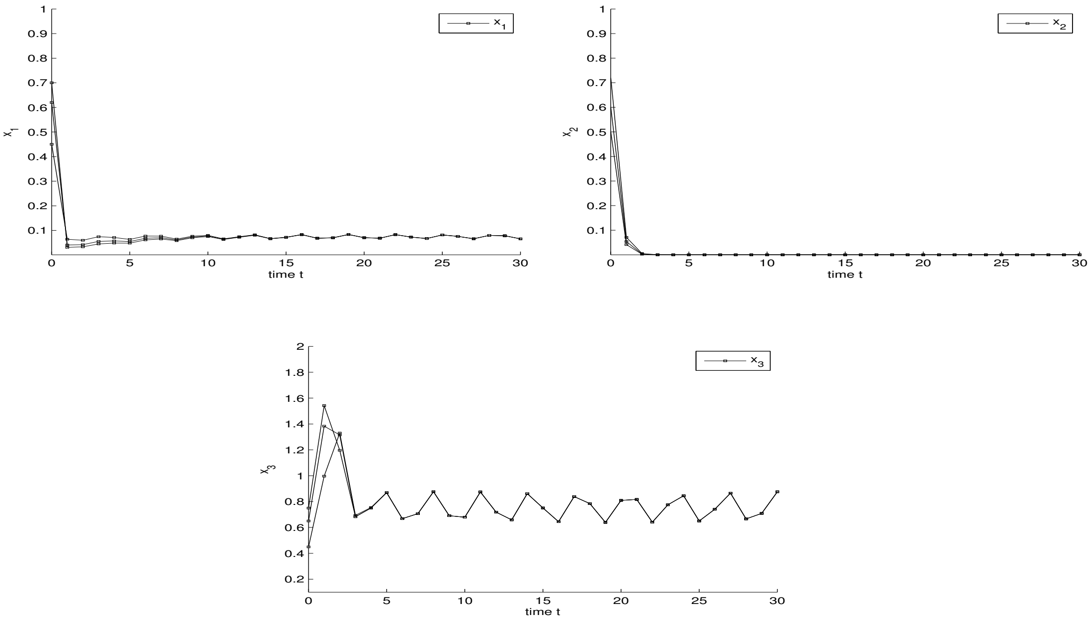

图 1: 具有初始条件 $(x_1(n), x_2(n), x_3(n))^T = (0.62,\ 0.60,\ 0.65)^T$, $(0.7,\ 0.72,\ 0.45)^T$, $(0.45,\ 0.5,\ 0.75)^T$ 系统 (4.1) 的动力学行为

5 结论

本文研究了一类离散 Leslie-Gower 三维食物链模型, 首先运用差分不等式的有关结论得到: 若 (H_1) 成立, 则种群 x_1, x_3 持久 x_2 绝灭, 即当中级捕食者 x_2 的死亡率大于食饵 x_1 的人均减少率的最大值时, 高级捕食者 x_3 和食饵 x_1 持久生存, 而中级捕食者 x_2 将走向绝灭. 其次, 通过采用文 [14] 的手法, 构造适当的差分 Lyapunov 函数, 得到了该系统全局吸引的充分性条件. 文 [2] 研究了离散两种群 Leslie-Gower 模型的周期解和全局吸引性, 文 [3] 首次提出并研究了一类连续的三种群 Leslie-Gower 模型, 证明了该系统的有界性, 吸引集的存在性, 以及表示高级或中级捕食者灭绝的均衡的局部或全局稳定性. 但文 [17] 指出, 文 [3] 中关于有界解和不变吸引集的结论是错误的. 所以对于连续模型的动力学行为还有待进一步研究. 本文是在文 [3, 17] 的基础上研究了离散三种群 Leslie-Gower 模型, 是对文 [2] 的补充和完善. 最后, 数值模拟说明结论是可行的.

参 考 文 献

[1] Yu Shengbin, Chen Fengde. Almost periodic solution of a modified Leslie-Gower predator-prey model with Holling-type II schemes and mutual interference[J]. Int. J. Bio., 2014, 7(3): 1450028.

[2] Huo Haifeng, Li Wantong. Stable Periodic Solution of the Discrete Periodic Leslie-Gower Predator-Prey Model[J]. Math. Comput. Model., 2004, 40(3-4): 261–269.

[3] Aziz-Alaoui M A. Study of Leslie-Gower-type tritrophic population model[J]. Chaos Solitons Fract., 2002, 14(8): 1275–1293.

[4] Yu Shengbin. Global asymptotic stability of a predator-prey model with modified Leslie-Gower and Holling-type II schemes[J]. Discrete Dyn. Nat. Soc., 2012, 2012: 208167.

[5] Xie Xiangdong, Xue Yalong, Chen Jinhuang, Li Tingting. Permanence and global attractivity of a nonantonomous modified Leslie-Gower predator-prey model with Holling-type II schemes and a prey refuge [J]. Adv. Diff. Equ., 2016, 2016(1): 1–11.

[6] Kang Aihua, Xue Yakui, Fu Jianping. Dynamical Behaviors of a Leslie-Gower Ecoepidemiological Model [J]. Dis. Dyn. Nat. Soc., 2015, 2015: 169242.

[7] Zhu Yanling, Wang Kai. Existence and global attractivity of positive periodic solutions for a predator-prey model with modified Leslie-Gower Holling-type II schemes[J]. J. Math. Anal. Appl., 2011, 384 (2): 400–408.

[8] 周军. 一类具有修正的 Leslie-Gower 功能函数的捕食 - 食饵模型的全局渐近稳定性 [J]. 西南大学学报 (自然科学版), 2014, 36(7): 53–57.

[9] 李祖雄. 一类具有反馈控制的修正 Leslie-Gower 模型的周期解 [J]. 应用数学学报, 2015, 38(1): 37–52.

[10] 李瑞, 李艳玲. 一类 Leslie-Gower 捕食食饵模型的分歧 [J]. 工程数学学报, 2015, 32(4): 557–567.

[11] 郜欣春. 修正 Leslie-Gower 模型的全局正则渐近周期解 [J]. 科技通报, 2017, 33(1): 14–17.

[12] 伏升茂, 吴守妍. 食饵有强弱之分的 Leslie-Gower 捕食者 - 食饵扩散模型的稳定性 [J]. 西北师范大学学报 (自然科学版), 2015, 51(1): 1–5.

[13] 陈兰荪. 数学生态学模型与研究方法 [M]. 北京: 科学出版社, 1988.

[14] Wu Liping, Chen Fengde, Li Zhong. Permanence and global attractivity of a discrete Schoener's competition model with delays[J]. Math. Comput. Model., 2009, 49 (7-8): 1607–1617.

[15] Chen Fengde. Permanence and global attractivity of a discrete multispecies Lotka- Volterra competition predator-prey system[J]. Appl. Math. Comput., 2006, 182(1): 3–12.

[16] Chen Fengde. Permanence for the discrete mutualism model with time delays[J]. Math. Comput. Model., 2008, 47(3-4): 431–435.

[17] Rana D Parshad, Nitu Kumari, Said Kouachi. A remark on "Study of a Leslie-Gower-type tritrophic population model" [Chaos, Solitons and Fractals 14(2012)1275–1293][J]. Chaos Soli. Frac., 2015, 71: 22–28.

DYNAMICAL BEHAVIOR OF A DISCRETE LESLIE-GOWER-TYPE FOOD CHAIN MODEL

SU Qian-qian

(*Center for General Education, Zhengzhou Chenggong University of Finance and Economics, Zhengzhou 451200, China*)

Abstract: In this paper, we study the dynamics behavior of a discrete Leslie-Gower three-dimensional food chain model. By using differential inequality, we get the conclusion that under some conditions, the species x_1 and x_3 are permanent and the species x_2 will be driven to extionction. Then, by constructing a suitable Lyapunov function, sufficient conditions are obtained to ensure the global attractivity of the system, which promotes the resluts of Huo in text [2].

Keywords: discrete; food chain; persistence; extinction; global attractivity

2010 MR Subject Classification: 34A99; 34D23