

基于极值分布理论的 WVaR 度量研究及实证分析

罗葵¹, 陈关武², 胡亦钧²

(1. 深圳职业技术学院工业中心, 广东 深圳 518055)

(2. 武汉大学数学与统计学院, 湖北 武汉 430072)

摘要: 本文研究了基于极值分布理论的 WVaR 度量方法在金融风险度量中的应用. 采用广义 Pareto 模型的 WVaR 方法, 对上证综合指数、深证成分指数、标准普尔指数、纳斯达克指数进行了风险度量研究. 实证分析结果表明, 相比于其他没有考虑投资者风险偏好的度量方法, 含有投资者风险偏好的 WVaR 更能准确地度量金融市场的风险情况. 在同一市场环境下, 风险值相差不大, 存在共动性, 国内新兴市场风险值比国外相对发达稳定市场的风险值要大.

关键词: 极值理论; 在险价值; CVaR; WVaR; 风险函数

MR(2010) 主题分类号: 62P05; 91B30

中图分类号: O211.3

文献标识码: A

文章编号: 0255-7797(2018)05-0869-11

1 引言

在当前金融不断创新和环境的快速发展中, 金融市场风险已成为现代金融机构监督管理的重点和难点. 在银行、证券、保险等各个领域都存在极端风险, 即极端事件发生时会受到很大损失的情况. 同时, 在股市中, 投资者对金融资产价格未来走势的判断以及风险偏好的态度等行为也越来越影响着股票市场. 因此, 如何构建可以有效反映含有投资者风险偏好的风险模型将是非常值得研究的.

当前国内学者对金融风险度量的研究主要有两大方向: 一是研究金融资产收益率时间序列的分布问题. 如柳会珍、顾岚^[1] 用上证综合指数极端日收益率进行实证研究, 表明广义 Pareto 模型能很好地处理日收益率数据, 大盘指数日收益率序列具有弱相关性, 并且发现涨跌停板的实行, 收益率尾部较薄, 可以有效降低投资者的收益损失风险; 二是研究金融市场风险的有效度量方法. 如周开国、缪柏其^[2] 对香港恒生指数从 1985 年 1 月 1 日到 1999 年 12 月 31 日的对数回报数据进行了极值 VaR (Value at Risk) 的研究, 发现在具有重尾分布的市场, 用极值方法计算市场风险价值的准确性要明显优于方差 - 协方差方法. 通常, 金融资产收益率分布都有尖峰、厚尾的特点, 而现有广泛应用的正态分布, 与实际金融资产收益率分布存在着较为明显的差距. 极值理论中的 POT 模型仅考虑分布尾部, 不需要对分布做出假设, 用数据来拟合分布的尾部, 从而不用对整个分布进行建模, 可以很好地描述分布尾部的分位数情况, 还有助于处理风险度量中肥尾等问题.

史道济较早对极值理论进行深入研究, 所著《实用极值统计方法》^[3] 是国内较为完整和详尽的极值理论方面的专业著作. 朱国庆、张维^[4] 对上海股市日收益率数据进行 GEV 模型

*收稿日期: 2017-04-07 接收日期: 2017-06-20

基金项目: 国家自然科学基金资助 (11371284).

作者简介: 罗葵 (1981-), 女, 湖北京山, 副教授, 主要研究方向: 金融数学.

作者简介: 陈关武.

实证分析,并通过 SHERMAN 最优拟合度,表明上海股市极值收益分布服从 Frechet 分布. 封建强^[5]对沪、深股市收益率的极端风险进行了 VaR 测度研究,表明无论是从动态还是静态来看,极值方法都优于正态假设、David 法. 马玉林等^[6]也利用极值理论对沪深股市的极端风险进行实证分析,表明在极端条件下,极值方法计算的 VAR 值更加准确. 而陈学华等^[7]研究金融系列一般特性的基础上,从收益率的波动性与分布两方面进行考虑,建立起计算时变风险值 VaR 和 ES 的模型,选取上证综合指数为研究对象,研究结果表明基于广义极值分布的 VaR 模型能够较好地拟合指数的波动规律,具有一定的预测能力,ES 模型可以有效地弥补了 VaR 模型的缺点. 与 VaR 相比,ES 更适合于揭示尾部风险的极端情形和金融市场风险的度量. 但是,应用 VaR 或 ES 风险度量方法来度量市场风险有以下两个方面的不足:一是 VaR 或 ES 风险度量方法依赖于置信水平的选取,而置信水平选取标准分歧较大;二是用 VaR 或 ES 来度量资本市场风险的通常假设是投资者为风险中性偏好,而这个假设与市场中的投资者普遍是风险厌恶的偏好不符合.

基于 VaR 或 ES 风险度量方法的缺陷,本文引进了一个性质更加优良的风险度量方法 WVaR,是一个具有单调可加性、平移不变性、正齐性和次可加性等优点的风险度量方法. WVaR 风险度量中的 μ 概率测度,能很好地刻画出投资者的投资偏好,相对于传统的 VaR 或 ES 风险度量方法,这是较新的视角和方法运用,也即本文的创新之处.

2 研究方法

2.1 WVaR 的定义及表示

风险价值 VaR (Value at Risk) 是风险管理的核心概念,指正常的市场条件下和给定的置信度内,某一金融资产或者证券组合在将来特定的一段时间内的最大可能损失,称为“风险中的价值”或“在险价值”,用数学表达式可表达为

$$q_{\lambda}(X) = \inf\{x : P(X \leq x) > \lambda\}. \quad (2.1)$$

VaR 的优点主要在于概念比较简单直观、计算方便且易于理解和实施. VaR 不但可以估算金融资产将来风险情形,同时还可以用一个数字对其进行表征. 虽然 VaR 风险度量已经得到非常广泛的应用,范围涉及众多重要金融领域,比如银行、证券、保险、基金、信托等等,但是, VaR 不是一致风险度量,并且没有考虑尾部风险等不足. 2000 年时,学者提出了条件风险度量 (CVaR),不但弥补了这些缺点,同时也保留了 VaR 的优点,因此被认为是一种比 VaR 风险度量更为合理有效的风险管理方法. 其中, CVaR 是指损失额超过 VaR 部分的期望值,表明了金融资产超额损失的平均水平,相对 VaR 能更加体现金融资产风险的潜在价值. 其次, CVaR 不但满足单调性、平移不变性、正齐次性而且还具有次可加性,因而是一致风险度量. CVaR 的数学表达式为

$$\text{CVaR}_{\lambda}(X) = -\frac{1}{1-\lambda} \int_{\lambda}^1 \text{VaR}_t(X) dt. \quad (2.2)$$

虽然 CVaR 的属性不错,可以弥补 VaR 方法存在的缺陷,但是本文认为还存在一个风险度量 WVaR 相对于 CVaR 具有更好的属性,并且能体现投资者的投资偏好.

根据 Cherny (2006), WVaR 的数学表达式为

$$\text{WVaR}_\mu(X) = \int_0^1 \text{CVaR}_\lambda(X) \mu(d\lambda), \quad (2.3)$$

其中 μ 为 $[0, 1]$ 上的概率测度. 若 $\mu \ll L_{[0,1]}$, 由 Radon-Nikodym 定理, 存在 $\phi = \frac{d\mu}{dL_{[0,1]}} \in \mathfrak{F}^1([0, 1])$, 即 $d\mu(\alpha) = \phi(\alpha)d\alpha$, 使得

$$\text{WVaR}_\mu(X) = \int_0^1 \text{CVaR}_\lambda(X) \phi(\lambda) d\lambda. \quad (2.4)$$

$\phi(\lambda)$ 反映投资者风险偏好, 因此 WVaR 体现了投资者的投资偏好.

另一方面 $\int_0^1 \phi(\lambda) d\lambda$, WVaR 可以看作为 CVaR 在 μ 上加权平均值.

2.2 极值分布的 WVaR 模型

极值分布理论是概率论的一个重要研究部分, 主要研究内容有随机样本以及随机过程中极值的概率值以及统计推断.

假设某资产收益率样本序列 X_t 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的独立同分布的随机变量, 考虑 n 个收益率集合 $\{X_1, \dots, X_n\}$. 该集合的最小收益率 $X_{(1)} = \min_{1 \leq j \leq n} \{X_j\}$ 为最小次序统计量, 同时最大收益率 $X_{(n)} = \max_{1 \leq j \leq n} \{X_j\}$ 为最大次序统计量. 最大收益率 $X_{(n)}$ 与 VaR、CVaR 及 WVaR 的计算高度相关, 这里重点讨论最大收益率 $X_{(n)}$ 的性质.

Jenkinson^[8] 在 1995 年提出广义极值分布模型 (简称 GEV 分布), 其分布函数为

$$H(\xi) = \begin{cases} \exp[-(1 + \xi x)^{-1/\xi}], & \xi \neq 0, \\ \exp[\exp(-x)], & \xi = 0. \end{cases} \quad (2.5)$$

这也加大了统计方面的应用, 上式 (2.5) 为最大收益率的一般极值分布, 若 $x > -1/\xi$, ξ 是形状参数. 这个分布包括了 Gnendenko^[9] 在 1943 年提出的三种类型的极限分布.

$\xi = 0$, Gumbel 族, CDF 为

$$H(x) = \exp[\exp(-x)], \quad -\infty < x < \infty. \quad (2.6)$$

$\xi > 0$, Frechet 族, 其 CDF 为

$$H(x) = \begin{cases} \exp[-(1 + \xi x)^{-1/\xi}], & x > -\frac{1}{\xi}, \\ \exp[\exp(-x)], & x \leq -\frac{1}{\xi}. \end{cases} \quad (2.7)$$

$\xi < 0$, Weibull 族, 其 CDF 为

$$H(x) = \begin{cases} \exp[-(1 + \xi x)^{-1/\xi}], & x < -\frac{1}{\xi}, \\ 1, & x \geq -\frac{1}{\xi}. \end{cases} \quad (2.8)$$

Frechet 族分布研究是风险管理中研究的核心部分, 它包括了平稳分布和学生分布, 是由具有肥尾尖峰的母亲分布得到, 在处理金融数据方面效果较好.

设定 $F(x)$ 为股价日收益率损益分布函数, μ 为阈值, $Y_i = X_i - \mu$ 表示超额量, 则超额分布函数可表示为

$$F_u(y) = P(X - u \leq y | X > u) = \frac{P(X - u \leq y, X > u)}{P(X > u)} = \frac{F(y + u) - F(u)}{\bar{F}(u)}, \quad y \geq 0, \quad (2.9)$$

则有

$$F(y + u) = 1 - \bar{F}_u(y)\bar{F}(u), \quad (2.10)$$

其中 $\bar{F}(u) = P(X > u)$, $\bar{F}_u(y) = 1 - F_u(y)$.

根据 Pickands-Balkama-deHaan 定理知, 超额部分函数, 对于足够大的阈值 u , 可以用广义帕累托分布近似. Pickands [10] 在 1975 年提出, 对于一大类分布 F 的条件超额分布函数 $F_u(x)$, 存在一个 GPD, 使得

$$\bar{F}_u(y) = 1 - F_u(y) \approx \bar{G}(y; \beta(u), \xi) = 1 - G(y; \beta(u), \xi), \quad (2.11)$$

其中 $\beta = \beta(u)$, 表示 β 阈值 u 的函数, $\bar{G}(y; \beta, \xi)$ 具体表达式为

$$\bar{G}(y; \beta, \xi) = \begin{cases} (1 + \xi \frac{y}{\beta})^{-1/\xi}, & \xi \neq 0, \\ \exp(-\frac{y}{\beta}), & \xi = 0. \end{cases} \quad (2.12)$$

由式 (2.10) 可知 $\bar{F}(u + y) = \bar{F}_u(y)\bar{F}(u)$. 则用估计的 $\bar{F}_u(y)$ 和 $\bar{F}(u)$ 即可得到 F 的尾部估计. $\bar{F}(u)$ 的经验分布估计为

$$\hat{\bar{F}}(u) = N_u/n. \quad (2.13)$$

其次, 根据广义 Pareto 近似式, 则可以得到 $\bar{F}_u(y)$ 的估计

$$\hat{\bar{F}}(y) = \bar{G}(y; \hat{\beta}, \hat{\xi}). \quad (2.14)$$

对于 $y > 0$, $F(u)$ 的经验分布估计为 $(n - N_u)/n$, 得到尾部 $\bar{F}(u + y)$ 的估计为

$$\hat{\bar{F}}(u + y) = \frac{N_u}{n} [1 + \hat{\xi} \frac{y}{\hat{\beta}}]^{-1/\hat{\xi}}. \quad (2.15)$$

等价有

$$\hat{F}(x) = 1 - \frac{N_u}{n} [1 + \hat{\xi} \frac{x - u}{\hat{\beta}}]^{-1/\hat{\xi}}, \quad x > u. \quad (2.16)$$

进一步可以求得分位数 x_λ 的估计为

$$\hat{x}_\lambda = u + \frac{\hat{\beta}}{\hat{\xi}} \{ [\frac{n}{N_u} (1 - \lambda)]^{-\hat{\xi}} - 1 \}. \quad (2.17)$$

由于 VaR 是金融投资组合损益分布的一个高分位数, 在给定的置信水平 λ 的条件下, 则有

$$\text{VaR}_\lambda = F^{-1}(\lambda) = \hat{x}_\lambda = u + \frac{\hat{\beta}}{\hat{\xi}} \{ [\frac{T}{N_u} (1 - \lambda)]^{-\hat{\xi}} - 1 \}. \quad (2.18)$$

根据式 (2.2), 有

$$\begin{aligned} \text{CVaR}_\lambda(X) &= -\frac{1}{1-\lambda} \int_\lambda^1 \text{VaR}_t(X) dt, \lambda \in [0, 1] \\ &= E(X | X > \text{VaR}_\lambda(X)), \\ &= \text{VaR}_\lambda(X) + E(X - \text{VaR}_\lambda(X) | X > \text{VaR}_\lambda(X)), \end{aligned} \quad (2.19)$$

其中根据 GPD 分布的性质, 对于任意的 $u > u_0$, 平均超出量函数 $e(u)$ 可以定义为

$$e(u) = E(X - u | X > u) = \frac{\beta(u_0) + \xi(u - u_0)}{1 - \xi}, \quad (2.20)$$

则有

$$E(X - \text{VaR}_\lambda | X > \text{VaR}_\lambda) = \frac{\beta(u) + \xi(\text{VaR}_\lambda - u)}{1 - \xi}. \quad (2.21)$$

若 $\xi < 1$ 时, 结合式 (2.18), (2.20), (2.21), 有

$$\text{CVaR}_\lambda = \text{VaR}_\lambda + \frac{\hat{\beta} + \hat{\xi}(\text{VaR}_\lambda - \mu)}{1 - \hat{\xi}} = \frac{\hat{\beta} + \hat{\xi}\mu}{1 - \hat{\xi}}, \beta + \xi\mu > 0,$$

其中的参数都是用极大似然估计.

根据前面 WVaR 的数学表达式, 有

$$\text{WVaR}_\mu(X) = \int_0^1 \text{CVaR}_\lambda(X) \phi(\lambda) d\lambda, \quad (2.22)$$

其中 μ 为 $[0, 1]$ 上的概率测度, 满足 $\mu \ll L_{[0,1]}$, $\phi = \frac{d\mu}{dL_{[0,1]}} \in \mathfrak{F}^1([0, 1])$, $\int_0^1 \phi(\lambda) d\lambda = 1$, $\phi(\lambda)$ 反映投资者心目中风险规避的权重函数.

这里要准确计算 WVaR 涉及两个方面的问题: $\text{CVaR}_\lambda(X)$ 的精确估计, $\phi(\lambda)$ 的准确设定. $\text{CVaR}_\lambda(X)$ 的精确估计可以用广义 Pareto 分布 POT 模型方法进行测算, $\phi(\lambda)$ 的设定, 引用 Acerbi^[11] 设定的指数风险函数进行测算, 其形式是

$$\phi(\lambda) = \frac{Re^{-R(1-\lambda)}}{1 - e^{-R}}, \quad (2.23)$$

这里的 R 是一个正数, 表示个体的绝对风险厌恶系数, R 越大, 则说明个体规避风险程度就越大. 则 WVaR 的计算公式为

$$\text{WVaR}_\mu(X) = \int_0^1 \text{CVaR}_\lambda(X) \phi(\lambda) d\lambda = \int_0^1 \frac{Re^{-R(1-\lambda)}}{1 - e^{-R}} \text{CVaR}_\lambda(X) d\lambda. \quad (2.24)$$

WVaR 有个非常好的属性, 考虑金融资产收益率损益的整个分布情况, 体现投资者的主观风险规避, 取值不依赖于置信水平, 而前面的 VaR 和 CVaR 取值依赖于置信水平, 这会给估计带来一定的主观性.

在金融市场中, 投资者或者监管层一般都是风险厌恶者, $\phi(\lambda)$ 体现风险监管者的态度, 这个也会比 VaR, CVaR 有更好的属性.

3 极值理论度量金融风险价值实证研究

3.1 样本的选取和数据来源

本文以上证综合指数、深证成分指数、标准普尔指数、纳斯达克指数为实证研究对象,并将极值理论应用于风险度量中,构建基于极值理论的WVaR.选取2004年01月01日到2013年12月31日为构建模型提供样本数据;另一组为检验样本组(2014年01月01日至2016年12月31日),为检验模型精确性提供样本数据.以 P_t 表示第 t 日的指数收盘价,则各指数的日收益率为 $R_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$, $X_t = -R_t$.

3.2 数据分析和正态性检验

(1) 数据分析. 通过上证综合指数收益率图(图1)可知,该指数收益率系列存在明显的波动聚类性,即一次较大的波动后伴随着一次较大的幅度的波动,一次较小的波动后伴随着一次较小的波动.深证成分指数、标准普尔指数、纳斯达克指数也是这样的情形.

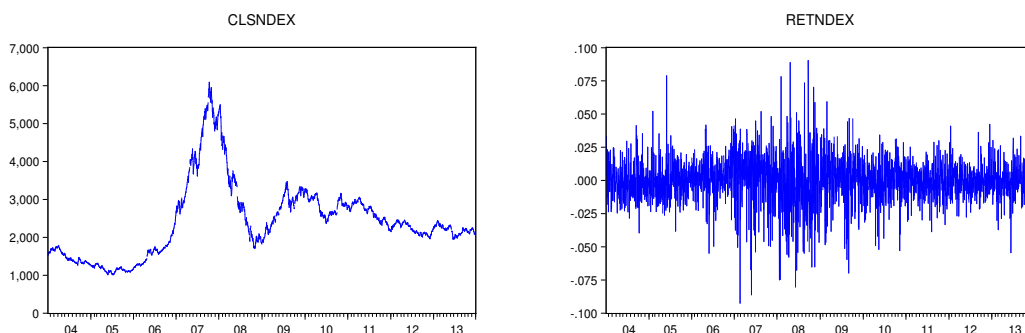


图 1: 上证综合指数走势图及其收益率图

(2) 正态性检验. 根据表1可见,上证综合指数、深证成分指数、标准普尔指数、纳斯达克指数收益率的偏度分别为-0.2705、-0.5340、-0.3261、-0.2255,即为上证综合指数、深证成分指数、标准普尔指数、纳斯达克指数都出现一定程度的左偏;同时峰度都大于正态分布的峰度3,说明具有一定的尖峰、厚尾的特征;J-B统计量也都远大于临界值,表明上证综合和深证成分、标准普尔、纳斯达克等指数收益率系列不服从正态分布,不能用正态分布来拟合该收益率系列.

表 1: 四大指数的日收益率基本统计量

指数	均值	最大值	最小值	标准差	偏度	峰度	J-B 统计量
上证指数	0.0001	0.0903	-0.0926	0.0169	-0.2705	6.3748	1180.35
深证成数	0.0004	0.0851	-0.0893	0.0188	-0.5340	5.3407	668.831
标准普尔	0.0002	0.1095	-0.0946	0.0129	-0.3261	14.035	12814.6
纳斯达克	0.0003	0.1116	-0.0958	0.0138	-0.2255	10.152	5384.99

3.3 阈值的确定及 GPD 参数的估计

(1) 阈值和参数的确定. 要正确估计 β, ξ , 需要选取适当的阈值 μ . 过高的阈值 μ 会造成过少的超额数, 会导致参数估计的方差偏高; 而太小的 μ 则会导致太多的超额数, 产生有偏的估计量, 一般地, μ 的选取根据样本的超额均值函数 $e(\mu)$ 的线性性质得到, $e(\mu) = \frac{1}{N_u} \sum_{i=1}^n (X_i - u)^+$, 其中 N_u 为超出 u 的收益率数量. 易知, 如果超额均值函数在超过某一阈值 μ 后, 会有明显的线性变化, 且斜率为正时, 表明观测到的数据服从广义 Pareto 分布且 $\xi > 0$.

以上证综合指数为例, 为了更好的利用阈值模型和提高超额均值函数图的精度, 数据在原来的基础上扩大 100 倍, 其他保持不变. 从图 2 可以看出, 对于原始数据, 当 $\mu > 0.023$ 时, 平均超额量函数图是近线性的, 此时超过 μ 的数据总共有 175 个. 在 Hill 图中, 可以看出, 阈值从 0.023 左右开始, 形状参数 ξ 的图形开始趋于平稳, 表明阈值的选取 0.023 较为合理.

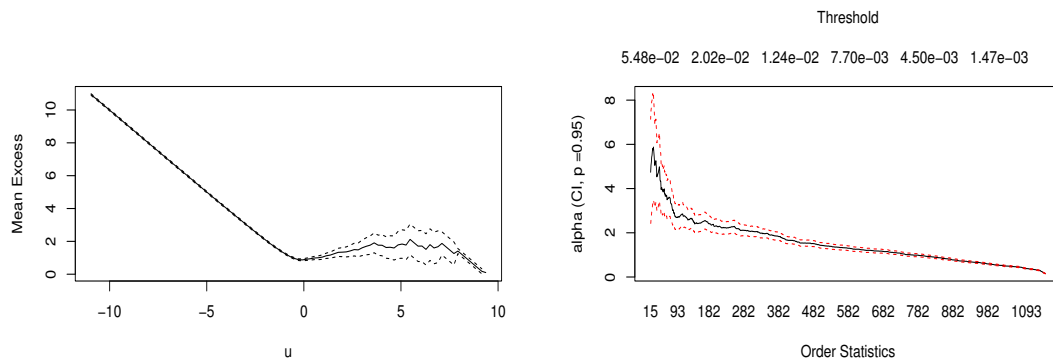


图 2: 上证指数收益率平均超越量函数图和 Hill 图

同理, 深证成分指数、标准普尔指数、纳斯达克指数等收益率系列的最优阈值也可采用类似的方法确定. 然后用极大似然估计分别对上证综合指、深证成份指数、标准普尔指数、纳斯达克指数等日收益率系列的 GPD 的尺度参数 β 和形状参数 ξ 进行估计, 结果如表 2.

表 2: 四大指数收益率系列的 GPD 的尺度参数 β 和形状参数 ξ 估计

指数	μ	N_u	T	β	ξ
上证综合指数	0.0230	175	2425	0.01314	0.01798
深证成分指数	0.0220	226	2425	0.01392	0.03116
标准普尔指数	0.0165	158	2517	0.01119	0.14360
纳斯达克指数	0.0175	196	2517	0.00907	0.17785

由于各指数形状参数 $\xi = 0.01798, 0.03116, 0.14360, 0.17785$, 说明上证综合指数、深证成分指数、标准普尔指数、纳斯达克指数收益率服从厚尾、尖峰分布, 这与各指数收益率的描述统计量所显示的结果是一致的. 形状参数 ξ 值显著不等于正态分布尾部参数 $\xi = 0$ 值, 相对正态分布, 极值波动水平较高, 表明各大指数极端事件发生的可能性比正态分布的大.

(2) 模型有效性检验. 本文进行模型检验的方法为, 把估计的广义 Pareto 分布和经验概率图 (P-P 图)、分位数图 (Q-Q 图)、收益率水平图分布进行比较, 检验模型的拟合程度.

以上证综合指数为例, 通过图 3 可以看出, 在上证综合指数 GPD 模型诊断图中, P-P 图和 Q-P 图等基本呈线性, 收益率水平图说明模型的曲线和经验估计值之间偏差较小, 全部都

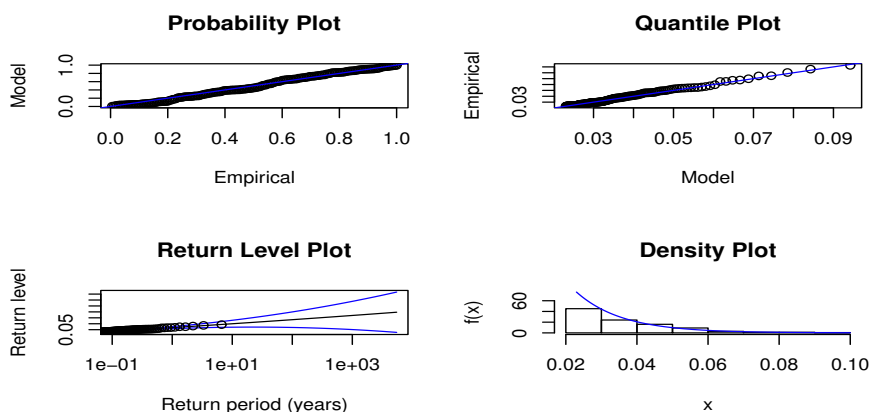


图 3: 上证综合指数 GPD 模型诊断图

在置信区间内, 模型的选取较为合理的, 模型的有效性得以通过. 用类似方法, 同样可以得到深证成分指数、标准普尔指数、纳斯达克指数 GPD 模型诊断图, 根据诊断图, 可以判定模型的选取是合理的, 模型的有效性也得以通过.

(3) WVaR 中概率测度 μ 中风险厌恶系数的确定

根据式 (2.23) 可以得到, 不同厌恶系数 R 下, 随着累积概率 P 值的增加, 风险规避权重函数的走势图.

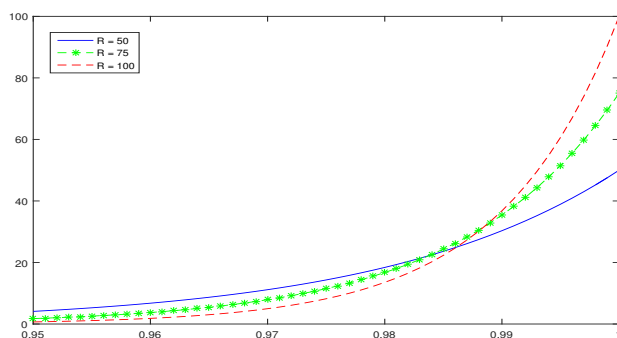


图 4: 不同风险厌恶系数下的指数风险函数

从图 4 可知, $R = 50, 75, 100$ 对应的指数风险函数值, 随着累积概率的增加显著增加, 绝对风险厌恶系数 R 值越大, 在超过一定累计概率时, 风险厌恶函数值越大, 投资者厌恶程度越大. 在实际风险管理中, 应当给予风险系数较高的 R 值, 即风险厌恶程度较高, 意味着计算 WVaR 时, 赋予尾部极端风险损失值的权重较大, 赋予一般损失值较小的权重, 这样充分考虑了金融资产极端损失的风险. 反之, 则没有很好考虑到极端损失值. 这样假设可以很好地考虑了投资者的风险偏好态度, 在计算风险值时, 赋予较大涨跌幅于大的权重. 综合以上讨论, 本文认为选取 $R = 100$ 的风险厌恶系数是比较合适的, 能够较好地反映出投资者的风险厌恶态度.

(4) VaR、CVaR、WVaR 值的计算

根据前面极大似然估计法得到的广义 Pareto 分布参数, 可以分别计算出不同置信水平 λ 假设下的 VAR_λ 和 CVAR_λ 值. 结合 WVaR 度量的性质, 得到风险厌恶系数 $R = 100$ 的 WVaR 值, 计算结果如表 3 所示.

表 3: VAR、CVAR、WVaR 值计算结果

方法	置信水平	上证综合 (%)	深证成分 (%)	标准普尔 (%)	纳斯达克 (%)
历史模拟法	0.95	2.69	2.98	1.90	2.14
历史模拟法	0.99	5.11	5.66	3.97	4.08
VaR	0.95	2.78	3.08	1.91	2.17
VaR	0.99	4.94	5.42	3.98	4.00
CVaR	0.95	4.13	4.54	3.26	3.36
CVaR	0.99	6.33	6.96	5.70	5.59
WVaR	$R = 100$	7.20	7.89	6.96	6.83

根据表 3, 可以看出: (1) 不同置信水平下, CVaR 值都比 VaR 值大, 并且可以得到不同风险方法具体的风险值, 比如对于上证综合指数, 其日收益率 VaR 为 4.94%, 表示上证综合指数有 1% 的可能性日收益率低于 -4.94%, CVaR 等于 6.33% 表示在给定日收益率低于 -4.94% 条件下的平均收益率为 -6.33% 的概率是 1%. (2) 考虑投资者的风险偏好态度时, 上证综合指数的 WVaR 风险值为 7.20%、深证成分指数的 WVaR 风险值为 7.89%、标准普尔指数 WVaR 风险值为 6.96%、纳斯达克指数 WVaR 风险值为 6.83%, 同在中国市场沪深证券指数风险值相近, 同在美国的标准普尔风险值和纳斯达克指数风险值相近, 并且国内市场的风险值比美国的市场风险值大, 这和同在一个市场情形风险相差不大相符, 也和美国市场比中国市场更加稳定有关. (3) 极值方法的 VaR 和历史模拟法进行比较, 在置信水平 95% 下, VaR 值比历史模拟计算出的值大, 表明高估了市场风险, 而在 99% 的置信水平下, VaR 值比历史模拟计算出的值小, 表明低估了市场风险, 这与损失 (收益) 分布的厚尾、尖峰特性相一致.

(5) 不同风险度量方法精确度比较

根据巴塞尔 III 监管要求, 金融机构在进行内部风险计量模型前, 要进行更加综合的基础评估, 用至少一个交易年度的数据对该模型所计算的风险值进行后验分析, 以评估该计量模型的精确以及合理程度. 因此, 采用前面设定的检验样本组对四种方法所求的风险值进行后验分析.

表 4: 不同风险度量方法下的风险值后验检验结果

置信水平	上证综合指数 (733)		深证成分指数 (733)		标准普尔指 (756)		纳斯达克指 (756)	
	失败数	失败概率	失败数	失败概率	失败数	失败概率	失败数	失败概率
0.95	40(2.69)	5.46%	46(2.98)	6.28%	17(1.90)	2.75%	24(2.09)	3.88%
0.99	18(5.11)	2.46%	18(5.66)	2.46%	1(3.97)	0.16%	1(3.96)	0.16%
0.95	39(2.78)	5.32%	44(3.08)	6.00%	17(1.91)	2.75%	22(2.12)	3.56%
0.99	18(4.94)	2.46%	20(5.42)	2.73%	1(4.00)	0.16%	1(3.90)	0.16%
0.95	20(4.13)	2.73%	26(4.54)	3.55%	2(3.26)	0.32%	5(3.27)	0.81%
0.99	12(6.33)	1.64%	8(6.96)	1.09%	0(5.70)	0.00%	0(5.39)	0.00%
$R = 100$	6(7.20)	0.82%	4(7.89)	0.55%	0(6.96)	0.00%	0(6.51)	0.00%

从表 4 不同风险度量方法的后验检验来看, 若以 5% 的失败概率来检验模型精确度, 除上证综合指数和深证成分指数的历史模拟法、VaR 不能通过检验之外, 其他的度量方法基本上能通过检验. 而以巴塞尔规定的 1% 失败概率来检验模型是否准确, 对于国内的沪深两市的指数只有含有风险偏好的极值风险值 WVaR 可以通过检验, 为最优, 其他方法均没法通过检验. 对于国外发达相对稳定的美国市场标准普尔和纳斯达克指数都可以通过检验.

4 结论

如何准确度量金融市场风险一直以来都是金融学研究的课题. 本文以上证综合指数、深证成分指数、标准普尔指数、纳斯达克指数为样本, 构建含有风险偏好的极值 WVaR 方法来对其进行风险度量, 同时与忽视投资者风险态度的历史模拟法、传统的 VaR 和 CVaR 等风险度量方法进行对比, 得到以下结论.

(1) 通过对国内外代表性股票市场指数日收益率序列进行统计分析, 发现无论是国内的新兴市场还是国外成熟的资本市场, 指数日收益率系列具有明显的波动聚类性, 出现明显的左偏、尖峰肥尾的特性, 广义 Pareto 分布能够较好地拟合极端日收益率数据, 较为准确反映金融市场的极端价格波动.

(2) 相对于通过选取合适置信水平计算得到的 VaR 和 CVaR 市场风险值及历史模拟法风险值, 考虑投资者的风险厌恶态度的极值 WVaR 方法更加准确地反映市场的实际风险, 因为置信水平的选取没有统一的标准, 随意性较大.

(3) 目前, 随着金融工具不断创新, 风险管理日趋完善, 极值理论的风险度量成为研究的重点方向, 利用 WVaR 风险测度, 为改进金融市场风险度量研究提供了创新思路和方法, 防止过度投机的行为出现, 同时使我国金融监管机构对金融投资进行有效监管, 对我国的金融市场建设有着比较重大的现实意义.

参 考 文 献

- [1] 柳会珍, 顾岚. 金融市场极端日收益数据的广义 Pareto 分布拟合 [J]. 数理统计与管理, 2006, 25(6): 723-728.
- [2] 周开国, 缪柏其. 应用极值理论计算在险价值 (VaR)- 对恒生指数的实证分析 [J]. 预测, 2002, 21(3): 37-41.
- [3] 史道济. 实用极值统计方法 [M]. 天津: 天津科学技术出版社, 2006.
- [4] 朱国庆, 张维. 关于上海股市极值收益渐近分布的实证研究 [J]. 系统工程学报, 2000, 51(4): 338-343.
- [5] 封建强. 沪、深股市收益率风险的极值 VaR 测度研究 [J]. 统计研究, 2002, 56(4): 34-38.
- [6] 马玉林, 陈伟忠, 施红俊. 极值理论在 VaR 中的应用及对沪深股市的实证分析 [J]. 金融教学与研究, 2003, 6: 25-27.
- [7] 陈学华, 杨辉耀. 股市风险 VaR 与 ES 的动态度量与分析 [J]. 系统工程, 2004, 22(1): 84-90.
- [8] Jenkinson A F. The frequency distribution of the annual maximum values of meteorological elements[J]. Quart. J. Royal Meteor. Soc., 1955, 87: 145-58.
- [9] Gnedenko B V. Sur la distribution limite du terme maximum d'une serie aleatoire[J]. Ann. Math., 1943, 44: 423-453.
- [10] Pickands. Statistical inference using extreme order statistics[J]. Ann. Stat., 1975, 3: 119-131.

- [11] Carlo Acerbi. Spectral measures of risk: a coherent representation of subjective risk aversion[J]. J. Bank. Finan., 2002, 26(7): 1505–1518.
- [12] Artzner P, Delbaen F, Eber J-M, Heath D. Coherent measures of risk[J]. Math. Finan., 1999, 9(3): 203–228.

WVaR MEASURING MODELS BASED ON EXTREME VALUE THEORY AND EMPIRICAL STUDIES

LUO Kui¹, CHEN Guan-wu², HU Yi-jun²

(1.Industrial Training Centre, Shenzhen Polytechnic, Shenzhen 518055, China)

(2.School of Mathematics and Statistics, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract: In this paper, we study the application of WVaR measurement based on extreme value distribution in financial risk measurement. The WVaR method is used to study the risk measurement of Shanghai composite index, Shenzhen component index, S & P index and Nasdaq index based on the POT model of extreme value theory. The empirical results show that WVaR, which considers the risk aversion of investors, can measure the actual risk of financial market more accurately than the method that ignores investors' risk preference. In the same market, the risk value is similar. The risk value of domestic emerging market is greater than the value of foreign developed market.

Keywords: extreme value theory; value at risk; CVaR; WVaR; risk function

2010 MR Subject Classification: 62P05; 91B30