Vol. 35 (2015)
No. 5

数 学 杂 志
J. of Math. (PRC)

城市再生水 BOT 项目特许经营权竞标机制设计

严培胜 [1], 高成修 [2]

(1. 湖北经济学院统计学院, 湖北 武汉 430205)
(2. 武汉大学数学与统计学院, 湖北 武汉 430072)

摘 要: 本文研究了城市再生水 BOT 项目特许经营权竞标机制设计问题. 运用激励机制设计思想建立了满足个体理性和激励相容约束的拍卖模型, 并通过求解此模型得到了最优的拍卖机制. 最优拍卖机制不仅能诱导企业真实地披露自己的成本类型, 还能提高政府对社会资源的配置效率.

关 键 词: BOT; 特许经营权; 歧视价格拍卖; 激励机制
MR(2010) **主题分类号**: 91A80; 91B26 **中 图 分 类 号**: O225; C931; F224.32
文 献 标 识 码: A **文 章 编 号**: 0255-7797(2015)05-1269-06

1 引言

在一些发展中国家, 基础设施差, 亟待改善, 但传统的公共部门的财力已无法满足基础设施投资计划的需要, 必须广泛吸引私人部门参与, 目前最为普遍采用的是 BOT 模式. 所谓 BOT, 即建设ー经营ー移交 (Build-Operate-Transfer), 基本原理是通过引进国内外私营财团参与, 在特许权期内, 私营财团负责项目的融资设计、施工、运营、维护和管理, 并向使用者收取使用费, 特许权期满后, 项目的全部资产将无偿移交给政府. 这种建设基础设施的模式不仅解决政府财政紧张问题, 而且可以从私营财团先进的技术水平和科学的管理中获益 [1] . 20 世纪 90 年代以来, 随着我国从计划经济向社会主义市场经济体制的转变, 我国政府也开始了以 BOT 方式建设基础设施的探索, 这些项目主要集中在电力、交通、污水处理等行业.

通过国内外关于基础设施 BOT 项目研究现状分析, 我们看到特许权期和初始费用的确定是 BOT 项目能否顺利实施的两个重要因素, 是特许权协议谈判的焦点, 也是保证投资方和政府方权益的关键. 目前大部分文献都是采用博弈论的方法研究了价格确定和收益情况. 杨宏伟等 [2] 用博弈论的方法研究了交通 BOT 项目特许权期的决策问题, 为交通 BOT 项目特许权期的决策提供了较系统的理论方法. 杨宏伟等 [3] 研究了在两地之间已有一条免费道路的情况下, BOT 模式下收费道路定价和投资的博弈决策模型. 侍玉成等 [4] 建立了政府与项目公司间的完全信息动态博弈模型, 推导出特许期的最优决策, 为城市供水 BOT 项目特许期决策提供了较为系统的方法. Xing 和 Wu [5] 以电力 BOT 项目为研究对象, 在电量供不应求的前提下, 建立了项目公司与电力行业的 Stackelberg 博弈模型, 探讨了成本对于电力 BOT 项目特许期决策的影响. 以上文献都从政府和企业之间的博弈视角分析 BOT 项目特许权期决策问题, 并且将这一问题抽象为完全信息动态博弈. 事实上政府与项目公司之间存在实际建设成本、收益等信息的不对称性, 在实践中政府无法掌握真实数据, 而特许经营权竞标方式

*收稿日期: 2013-11-20 接收日期:2014-09-03
基金项目: 国家自然科学基金资助 (71071119; 71231007; 61173061); 国家哲学社会科学基金资助 (12BGL027); 湖北省教育厅项目资助 (Q20121903; 14G289); 湖北水事研究中心项目资助 (2013B007).
作者简介: 严培胜 (1975–), 男, 湖北鄂州, 副教授, 主要研究方向: 系统优化与管理决策、拍卖理论.

是在不对称信息下分配社会资源的一种有效方式, 通过竞标可以避免或减轻由于信息不对称所带来的社会福利损失, 提高社会资源配置效率. 为此, 我们在文献 [6, 7] 中讨论了交通 BOT 项目拍卖的机制设计, 而本文则研究了城市再生水 BOT 项目拍卖的机制设计. 除了上述文献之外, 我们的研究还收到文献 [8, 9] 的启发.

2 BOT 模式下的拍卖模型

我们考虑的问题是政府 (拍卖者) 需要拍卖一个城市再生水 BOT 项目. 设政府计划的年再生水回用量区间为 $[\underline{Q},\overline{Q}]$, 政府向用户的售水价格为 p_0, 由于公共服务产品价格调整通常很敏感且调价空间有限, 且再生水价格有一定的标准, 因此我们设售水价格 p_0 为常数. 设政府规划项目的使用年限为 T_0, 称为规定使用年限, 政府将建设和经营的特许权批准转让给私营集团组建成的项目公司, 特许权期限为 T 年, 希望项目公司设计和建设的项目产品能够满足规定的质量要求. 《市政公用事业特许经营管理办法》第十二条规定“运营期限应当根据行业特点、规模、经营方式等因素确定, 最长不得超过 30 年”.

假设有 N 个潜在的竞争投标企业, 竞标企业 i 宣报特许权期 $t_i(\theta)$ 和拟建项目的年再生水量 q_i. 设竞标企业 i 的单位再生水生产成本 c_0 为常数, $c(q_i,\theta_i)$ 为年再生水量为 q_i 的投资成本, 其中 $\theta=(\theta_i,\theta_{-i}),\theta_{-i}=(\theta_1,\cdots,\theta_{i-1},\theta_{i+1},\cdots,\theta_N),\theta_i$ 表示企业 i 的效率, 我们也把它称为是企业 i 的成本类型, 政府及其他企业仅知道他的成本类型的概率分布, 为了分析的简便, 这里仅讨论对称模型, 即 θ_i 在 $\Theta=[\underline{\theta},\overline{\theta}]$ 上服从分布 $F(\cdot)$, 其密度为 $f(\cdot)$. 我们考虑企业之间的生产成本是不相关的, 即企业 i 的成本没有受到其他企业成本类型的影响.

假设 1 $c(q_i,\theta_i)$ $(i=1,2,\cdots,N)$ 关于 q_i 是递增的和凸的, $c(0,\theta_i)=0$. 即年再生水量越大成本越大, 但是边际成本 (关于水量) 是递增的, 这些和现实是符合的.

假设 2 $c(q_i,\theta_i)$ $(i=1,2,\cdots,N)$ 关于 θ_i 是递减的和凸的, 即企业的效率类型越高成本越小, 但是边际成本 (关于类型) 是递增的.

假设 3 密度函数 $f(\cdot)$ 的风险率是非减的, 即

$$\frac{d}{d\theta_i}\left(\frac{f(\theta_i)}{1-F(\theta_i)}\right)\geq 0.$$

不难证明, 对于一些常见的分布 (如均匀分布、指数分布等), 都能够满足单调风险率性质的, 这表明假设 3 是可以接受和理解的.

由假设 1 和假设 2 可以确保成本函数的单交叉性质, Maskin & Riley [10] 证明了当单交叉性质被满足时最优的显示机制是确定的, 即拍卖者将项目确定地分配给某个竞标企业, 而不会在多个竞标企业之间随机分配. 既然只有一个竞标企业中标, 假设是竞标企业 i, 那么他将被要求提供年再生水量 $q_i(\theta)$, 并获得项目的特许权期 $t_i(\theta)$; 而所有未中标企业被指定提供零再生水量, 并获得零利润. 因此, 模型中的数量约束能够由下列条件所代替:

$$q(\theta)\in Q\equiv\{(q_1,\cdots,q_N)\mid q_i\geq 0, \text{并且对至多一个 } i, q_i>0\}.$$

这意味着对最优机制的寻找能够进一步被限制在确定性的机制中, 从而机制被简化为 (T,q), 其中 $q:\Theta\to Q$ 是分配规则, 对任意的 $\theta\in\Theta, q(\theta)=(q_1(\theta),\cdots,q_N(\theta))$, 而 $q_i(\theta)$ 表示拍卖者要求竞标企业 i 的项目产出; $T:\Theta\to R^N, T(\theta)=(t_1(\theta),\cdots,t_N(\theta)),\theta\in\Theta$, 其中 $t_i(\theta)$ 是竞标企业 i 的特许权期. 具有上述形式的 (T,q) 称为可行的机制.

下面我们讨论此拍卖的机制设计问题, 根据显示原理, 我们只需将分析限制在直接显示

机制上. 设拍卖者和竞标企业都是风险中性的, 则企业 i 的期望利润为

$$U_i(\theta_i) = E_{\theta_{-i}}\{(p_0 - c_0)q_i(\theta)t_i(\theta) - c(q_i, \theta_i)\}, \tag{2.1}$$

而拍卖者的目标是最大化其期望利润

$$E(R) = E_\theta \sum_{i=1}^{N} \{(p_0 - c_0)q_i(\theta)(T_0 - t_i(\theta))\}. \tag{2.2}$$

由于拍卖者对竞标企业的成本类型具有不对称信息, 因此企业可能为了自身利益而显示虚假信息. 在一个可行的机制 (T, q) 下, 如果企业的真实类型是 θ_i, 而它谎报的类型是 $\tilde{\theta}_i$, 用 $\vartheta_i(\theta_i, \tilde{\theta}_i)$ 表示当竞标企业 i 谎报自己的类型为 $\tilde{\theta}_i \neq \theta_i$ 时所获得的期望利润, 则

$$\vartheta_i(\theta_i, \tilde{\theta}_i) = E_{\theta_{-i}}\{(p_0 - c_0)q_i(\tilde{\theta}_i, \theta_{-i})t_i(\tilde{\theta}_i, \theta_{-i}) - c(q_i(\tilde{\theta}_i, \theta_{-i}), \theta_i)\}. \tag{2.3}$$

拍卖者设计竞标机制的目标是, 在保证企业参与并报告自己的真实类型的条件下使得期望利润最大化, 这等价于求解如下的优化问题:

$$\begin{aligned}
\max_{\{P,T\}} \quad & \sum_{i=1}^{N} E_\theta\{(p_0 - c_0)q_i(\theta_i)(T_0 - t_i(\theta))\}, \\
\text{s.t.} \quad & U_i(\theta_i) = \vartheta(\theta_i, \theta_i) \geq \vartheta_i(\theta_i, \tilde{\theta}_i), \forall i, \theta_i, \tilde{\theta}_i, && (2.4) \\
& U_i(\theta_i) \geq 0, \forall i; && (2.5) \\
& \underline{Q} \leq \sum_{i=1}^{N} q_i(\theta) \leq \overline{Q}, && (2.6)
\end{aligned}$$

其中 (2.4) 式是激励相容约束, 即保证当其他的企业都真实报告自己的类型时, 企业真实地报告自己的类型比谎报任何其它的类型所获得的期望利润都大; (2.5) 式是个人理性约束, 即保证企业参与投标总能获得非负的期望利润; (2.6) 式是数量约束, 即所有中标企业所获得的总的再生水量满足政府对再生水量的用量要求.

3 最优拍卖机制

激励相容约束 (2.4) 式等价于

$$U_i(\theta_i) = \max_{\tilde{\theta}_i \in \Theta_i} E_{\theta_{-i}} \left\{(p_0 - c_0)q_i(\tilde{\theta}_i, \theta_{-i})t_i(\tilde{\theta}_i, \theta_{-i}) - c(q_i(\tilde{\theta}_i, \theta_{-i}), \theta_i)\right\}. \tag{3.1}$$

由包络定理 [11] 得

$$U_i(\theta_i) = U_i(\underline{\theta}) - E_{\theta_{-i}} \left\{\int_{\underline{\theta}}^{\theta_i} \frac{\partial c(q_i^*(t, \theta_{-i}), t)}{\partial \theta_i} dt\right\}, \tag{3.2}$$

其中 $q_i^*(\theta)$ 为企业 i 的年最优再生水量, 将其代入 (2.1) 式得

$$E_{\theta_{-i}}\left\{(p_0 - c_0)q_i(\theta_i)t_i(\theta)\right\} = U_i(\underline{\theta}) - E_{\theta_{-i}} \left\{\int_{\underline{\theta}}^{\theta_i} \frac{\partial c(q_i^*(t, \theta_{-i}), t)}{\partial \theta_i} dt\right\} + E_{\theta_{-i}}\left\{c(q_i^*(\theta), \theta_i)\right\}, \tag{3.3}$$

交换积分次序有

$$\begin{aligned}\int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}}\int_{\underline{\theta}}^{\theta_i}\frac{\partial c(q_i^*(t,\theta_{-i}),t)}{\partial\theta_i}f(\theta_i)dtd\theta_i &= \int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}}\int_{t}^{\overline{\theta}}\frac{\partial c(q_i^*(t,\theta_{-i}),t)}{\partial\theta_i}f(\theta_i)d\theta_i dt\\ &= \int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}}\frac{1-F(\theta_i)}{f(\theta_i)}\frac{\partial c(q_i^*(\theta_i,\theta_{-i}),\theta_i)}{\partial\theta_i}f(\theta_i)d\theta_i,\quad (3.4)\end{aligned}$$

进而

$$E(R)=\sum_{i=1}^{N}E_\theta\left\{(p_0-c_0)T_0q_i^*(\theta)-c(q_i^*(\theta),\theta_i)-U_i(\underline{\theta})+\frac{1-F(\theta_i)}{f(\theta_i)}\frac{\partial c(q_i^*(\theta),\theta_i)}{\partial\theta_i}\right\}.\quad (3.5)$$

由假设 2 有 $\frac{\partial c}{\partial\theta_i}<0$, 则由 (3.2) 式有 $\frac{dU_i(\theta_i)}{d\theta_i}\geq 0$, 从而在最优机制下个人理性约束等价于 $U_i(\underline{\theta})\geq 0$, 因此, 在最优机制下有 $U_i(\underline{\theta})=0$, 即

$$\begin{aligned}E(R^*) &= \sum_{i=1}^{N}E_\theta\left\{(p_0-c_0)T_0q_i^*(\theta)-c(q_i^*(\theta),\theta_i)+\frac{1-F(\theta_i)}{f(\theta_i)}\frac{\partial c(q_i^*(\theta),\theta_i)}{\partial\theta_i}\right\}\\ &= \sum_{i=1}^{N}E_\theta[\Psi_i^*(\theta)],\quad (3.6)\end{aligned}$$

其中

$$\Psi_i^*(\theta)=(p_0-c_0)T_0q_i^*(\theta)-c(q_i^*(\theta),\theta_i)+\frac{1-F(\theta_i)}{f(\theta_i)}\frac{\partial c(q_i^*(\theta),\theta_i)}{\partial\theta_i},\quad (3.7)$$

则 $\Psi_i^*(\theta)$ 即为将年再生水量 q_i^* 分配给企业 i 所创造的实际福利, 这等于由年再生水量 q_i^* 的完成所产生的社会福利减去留给企业的信息租金. 在信息不对称下, 拍卖者为了激励竞标企业显示其真实类型, 需将一部分社会剩余让给竞标企业, 这部分社会剩余称为信息租金. 则拍卖者将选择机制 (T,q) 使 $E(R)$ 最大.

引理 1 $\Psi_i^*(\theta)$ 关于 θ_i 是递增的, 且如果 $\theta_i>\theta_j$, 则有 $\Psi_i^*(\theta)>\Psi_j^*(\theta)$.

证 根据包络定理, 可得

$$\frac{\partial\Psi_i^*(\theta)}{\partial\theta_i}=-\frac{\partial c(q_i^*(\theta),\theta_i)}{\partial\theta_i}+[\frac{1-F(\theta_i)}{f(\theta_i)}\frac{\partial^2c(q_i^*(\theta),\theta_i)}{\partial\theta_i^2}+\frac{\partial c(q_i^*(\theta),\theta_i)}{\partial\theta_i}\frac{d}{d\theta_i}\frac{1-F(\theta_i)}{f(\theta_i)}].$$

由假设 2 和 3 易得上式大于零, 即 $\Psi_i^*(\theta)$ 关于 θ_i 是递增的. 由于 $q_i^*(\theta)$ 最大化 $\Psi_i^*(\theta)$, 故

$$\Psi_i^*(\theta)\geq(p_0-c_0)T_0q_j^*(\theta)-c(q_j^*(\theta),\theta_i)+\frac{1-F(\theta_i)}{f(\theta_i)}\frac{\partial c(q_j^*(\theta),\theta_i)}{\partial\theta_i}.$$

假设 $\theta_i>\theta_j$ 则

$$\Psi_i^*(\theta)-\Psi_j^*(\theta)\geq[c(q_j^*(\theta),\theta_j)-c(q_j^*(\theta),\theta_i)]+[\frac{1-F(\theta_i)}{f(\theta_i)}\frac{\partial c(q_j^*(\theta),\theta_i)}{\partial\theta_i}-\frac{1-F(\theta_j)}{f(\theta_j)}\frac{\partial c(q_j^*(\theta),\theta_j)}{\partial\theta_j}].$$

由假设 2 和 3 有 $\Psi_i^*(\theta)>\Psi_j^*(\theta)$.

由上面的分析, 可以得到最优拍卖机制.

定理 1 设 (T^*, q^*) 为最优拍卖机制, $\theta_1^{(N)} \geq \theta_2^{(N)} \geq \cdots \geq \theta_i^{(N)} \geq \cdots \geq \theta_N^{(N)}$ 为 N 个企业成本类型的顺序统计量, 对于成本类型为 $\theta_1^{(N)}$ 的企业 i , 若 $\underline{Q} \leq \sum\limits_{i=1}^{N} q_i(\theta) \leq \overline{Q}$ 且 $\Psi_i^*(\theta) > 0$, 则其最优年再生水量 $q_i^*(\theta)$ 由下式解出:

$$\frac{\partial c(q_i^*(\theta), \theta_1^{(N)})}{\partial q_i} = (p_0 - c_0)T_0 + \frac{1 - F(\theta_1^{(N)})}{f(\theta_1^{(N)})} \frac{\partial^2 c(q_i^*(\theta), \theta_1^{(N)})}{\partial \theta_i \partial q_i}, \tag{3.8}$$

否则 $q_i^*(\theta) = 0$; 另外最优特许权期 $t_i^*(\theta)$ 由下式解出

$$(p_0 - c_0) t_i^*(\theta) q_i^*(\theta) = c(q_i^*(\theta), \theta_i) - \frac{1 - F(\theta_i)}{f(\theta_i)} \frac{\partial c(q_i^*(\theta), \theta_i)}{\partial \theta_i}. \tag{3.9}$$

定理 1 从理论上给出了最优拍卖机制, 可以看到最优拍卖机制是标准拍卖, 且企业 i 的收益等于成本加上信息租金. 因此, 可以采用歧视价格拍卖的拍卖方式来实施该最优竞标机制结果.

4 算例

下面通过一个具体算例来说明上面的最优拍卖机制在实际中是如何运作的. 假设政府拍卖一个城市再生水项目, 共有 5 个竞争的企业, 其中 $p_0 = 10, T_0 = 50, c_0 = 2$ 且满足

(1) 设企业 i 的成本函数为 $c(q_i, \theta_i) = 5\theta_i^{-1} q_i^2, c(0, \theta_i) = 0$, 则

$$\frac{\partial c(q_i, \theta_i)}{\partial q_i} = 10 q_i \theta_i^{-1} > 0, \quad \frac{\partial^2 c(q_i, \theta_i)}{\partial q_i^2} = 10\theta_i^{-1} > 0, \quad \frac{\partial^2 c(q_i, \theta_i)}{\partial q_i \partial \theta_i} = -10 q_i \theta_i^{-2} < 0,$$
$$\frac{\partial c(q_i, \theta_i)}{\partial \theta_i} = -5 q_i^2 \theta_i^{-2} < 0, \quad \frac{\partial^2 c(q_i, \theta_i)}{\partial \theta_i^2} = 10\theta_i^{-3} q_i^2 > 0,$$

故假设 1、2 都满足.

(2) 设 $\theta = \{8.0, 8.2, 8.5, 9.6, 9.8\}, \theta_i \sim U[8, 10], i = 1, \cdots, 5$, 故 $F(\theta_i) = \frac{\theta_i - 8}{2}, f(\theta_i) = 0.5$. 则 $F(9.8) = 0.9, f(9.8) = 0.5$. 代入 (3.8) 式和 (3.9) 式得到

$$q^*(\theta_1^{(N)}) = 384.16, \quad t_i^*(\theta_1^{(N)}) = 25, \quad U_i(\theta_1^{(N)}) = 1536.64.$$

另外, 该机制中激励相容性约束条件可以保证引导企业真实地报告他的成本类型. 验证如下: 假设高效率的企业, 即 $\theta_1^{(N)} = 9.8$, 谎称技术水平为 $\theta_2^{(N)} = 9.7$, 则用上述同样的方法可以计算出, 此时他的收益: $U_i(\theta_2^{(N)}, \theta_1^{(N)}) = 1506.36 < U_i(\theta_1^{(N)}, \theta_1^{(N)}) = 1536.64$. 于是, 理智的企业就会如实报告其真实的经营能力.

5 小结

运用激励机制设计思想, 为城市再生水 BOT 项目特许经营权拍卖设计了一种最优拍卖机制, 它不仅能诱导企业真实地披露自己的经营能力, 还能提高政府对社会资源的配置效率. 总之, 本文为政府进行城市再生水 BOT 项目的拍卖提供了重要的理论工具, 具有较好的理论价值和实际应用价值.

参 考 文 献

[1] Mills G. Welfare and profit divergence for a tolled link in a road network[J]. J. Trans. Econ. Policy, 1995, 29: 137–146.

[2] 杨宏伟, 周晶, 何建敏. 基于博弈论的交通 BOT 项目特许权期的决策模型 [J]. 管理工程学报, 2003, 17(3): 93–95.

[3] 杨宏伟, 周晶, 何建敏. 在 BOT 模式下收费道路定价和投资的博弈决策模型 [J]. 中国管理科学, 2003, 11(2): 30–33.

[4] 侍玉成, 万法菊. 城市供水项目特许权期决策的博弈分析 [J]. 南京工程学院学报 (自然科学版), 2006, 4(2): 28–33.

[5] Xing W, Wu F F. A game-theoretical model of private power production[J]. Electrical Power and Energy Systems, 2001, 23(3): 213–218.

[6] 严培胜, 王先甲. 交通 BOT 项目特许经营权竞标机制设计 [J]. 中国管理科学, 2009, 17(4): 97–102.

[7] 严培胜, 王先甲, 高成修. 交通 BOO 项目特许权竞标机制设计 [J]. 武汉大学学报 (自然科学版), 2011, 57(2): 131–136.

[8] 严培胜, 高成修. 带可分配工期的总误工问题的应急管理 [J]. 数学杂志, 2008, 28(4): 463–468.

[9] 周伟刚, 高成修, 冯倩倩. 双渠道供应链协调及价值扰动 [J]. 数学杂志, 2011, 31(3): 525–531.

[10] Maskin E, John R. The economics of missing markets, information, and games[M]. UK: Oxford University Press, 1989.

[11] Milgrom P. 拍卖理论与实务 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.

THE MECHANISM DESIGN FOR FRANCHISE BIDDING IN URBAN REUSED WATER BOT PROJECT

YAN Pei-sheng[1] , GAO Cheng-xiu[2]

(*1.School of Statistics and Mathematics, Hubei University of Economics, Wuhan 430205, China*)

(*2.School of Mathematics and Statistics, Wuhan University, Wuhan 430072, China*)

Abstract: In this paper, we study the mechanism design for franchise bidding in urban reused water BOT project. The model of bidding is established based on the incentive mechanism, which is incentive compatible and individual rationality. Then the optimal biding mechanism is obtained by solving the model. The optimal bidding mechanism not only can induce the enterprises to disclose their true cost type, but also can improve the governments' allocation efficiency.

Keywords: BOT; franchise bidding; discriminatory auction; incentive mechanism

2010 MR Subject Classification: 91A80; 91B26