Vol. 37 (2017)
No. 6

数 学 杂 志
J. of Math. (PRC)

半次覆盖远离子群和有限群的可解性

李士恒 [1], 柳海萍 [2], 刘冬华 [3]

(1. 郑州航空工业管理学院理学院, 河南 郑州 450015)

(2. 郑州航空工业管理学院经贸学院, 河南 郑州 450015)

(3. 郑州铁路职业技术学院公共教学部, 河南 郑州 450052)

摘 要: 本文定义了有限群的半次覆盖远离子群概念, 研究了半次覆盖远离子群和有限群的可解性问题. 利用某些半次覆盖远离子群刻划了有限群的可解性, 得到了若所有的 sylow 子群 (或极大子群) 半次覆盖远离则群可解, 推广了文献 [6] 中的结果.

关键词: 有限群; 半次覆盖远离子群; 极大子群; 可解

MR(2010) **主题分类号**: 20D10; 20D35 **中图分类号**: O152.1

文献标识码: A **文章编号**: 0255-7797(2017)06-1303-06

1 引言

利用子群研究有限群的结构, 在有限群的研究中有很重要的地位. 很多学者都在这些方面进行了研究, 得到了很多重要的结果. 如著名的 Huppert 定理, 即有限群为超可解当且仅当它的所有极大子群的指数为素数; 有限群为幂零群当且仅当每个极大子群都正规; 有限群可解当且仅当它的极大子群均 c - 正规 (见文献 [1]) 等. 很多学者对子群的正规性进行了推广, 并由此得到了许多关于可解性、超可解性和幂零性的一些充分条件. 例如文献 [2] 证明了如果群 G 的每一个 Sylow 子群有在 G 中正规的极大子群那么 G 超可解; 文献 [3, 4] 中刻画了满足换位子条件的群的结构; 文献 [10] 用某些子群的半正规性刻画了有限群的可解性等. 郭秀云在文献 [5] 中用覆盖 - 离开子群刻画了群的结构; 樊恽、郭秀云 [6] 等介绍了概念半覆盖远离, 这个概念是覆盖远离、几乎正规 (见文献 [6] 定义 2.1(2)) 的推广, 而几乎正规是 c - 正规的推广. 他们用 Sylow 子群或极大子群的半覆盖远离性刻画了有限群的可解性, 也用其他一些子群的半覆盖远离性刻画了有限群的超可解性. 本文定义了有限群的半次覆盖远离性子群, 用有限群的半次覆盖远离性子群刻划群 G 的可解性.

文中, π 是一个素数集合, G 是一个群, 所有的群都是有限群. $\pi(G)$ 表示群 G 的阶的所有素因子作成的集合; 如果数 n 的每一个素因子都在 π 中, 称 n 是一个 π - 数; $H < G$ 表示 H 为 G 的真子群, $H \lhd\lhd G$ 表示 H 为 G 的次正规子群, H 为 G 的极大子群记作 $H < \cdot G$; 称 L 为 G 的 2 - 极大子群, 如果存在 G 的极大子群 M 使 $L < \cdot M$.

定义 1.1 设商群 M/N 为 G 的次正规因子, H 是 G 的子群. 若 H 满足 $HM = HN$ (这里 HM 和 HN 不一定是群 G 的子群), 则称 H 覆盖 M/N; 若 $H\cap M = H\cap N (\Leftrightarrow H\cap M/H\cap N = 1)$, 则称 H 远离 M/N. 如果 H 覆盖或者远离 G 的某个合成列的每个合成

*收稿日期: 2016-01-28 接收日期: 2016-06-08

基金项目: 国家自然科学基金青年项目资助 (11501176); 河南省高等学校重点科研项目资助 (16A110039).

作者简介: 李士恒 (1977–), 男, 河南郑州, 讲师, 主要研究方向: 群论.

因子, 那么称 H 是 G 的半次覆盖远离子群. 显然这是半覆盖远离子群和次正规子群的一个推广.

下面的例 1.1 说明半次覆盖远离子群既不是次正规子群也不是半覆盖远离子群, 例 1.2 说明半次覆盖远离子群不一定覆盖远离每一个合成列, 相关概念见文献 [7, A, 第 18 节].

例 1.1 设 $G = N \wr S_3$ 是 N 和 S_3 的圈积 (wreath product), 其中 S_3 为 3 次对称群, N 为一个非交换单群. 再设 $H = D\langle(12)\rangle$, 其中 D 为基群 (base group) B 的对角子群 (diagonal subgroup), (12) 为 S_3 的一个置换. 下面验证 H 覆盖远离次正规列 $1 < N_1 < N_1 \times N_2 < B < B\langle(123)\rangle < G$, 其中 $N_1 = \{(a,1,1)|a \in N\}$, $N_2 = \{(1,a,1)|a \in N\}$. 显然有 $N_1 \cap H = 1 = N_1 \cap 1$、$N_1 \cap H = 1 = (N_1 \times N_2) \cap H$、$(N_1 \times N_2)H = B\langle(12)\rangle = BH$、$B \cap H = D = B\langle(123)\rangle \cap H$、$(B\langle(123)\rangle)H = G$ (由 $|B\langle(123)\rangle H| = \frac{|B\langle(123)\rangle||H|}{|D|} = \frac{|B||\langle(123)\rangle||H|}{|D|} = |G|$ 得) 成立, 因此 H 覆盖远离上述次正规列.

另一方面, 由 $B \cap H = D \neq 1$ 和 $BH = B\langle(12)\rangle \neq H$ 得 H 不覆盖或远离 G 的主因子 $B/1$, 又 B 是 G 唯一的极小正规子群, 所以 H 不覆盖或远离 G 的任何主列, 即是 H 不是 G 的半覆盖远离子群. 显然 H 也不是 G 的次正规子群 (否则 $H \cap B = D$ 是 G 的次正规子群从而也是 B 的次正规子群, 但由文献 [8, 第一章, 9.12] 可看出这是不可能的).

例 1.2 设 $G = A_5 \times \langle(67)\rangle$, 其中 A_5 为 5 次交错群, (67) 为 S_7 的一个置换, $H = \langle(12)(34)(67)\rangle$. 则 H 覆盖远离合成列 $1 < A_5 < G$ (也是主列), 但不覆盖远离 G 的合成列 $1 < \langle(67)\rangle < G$ (也是主列).

2 引理

引理 2.1 设 H 是群 G 的子群, $1 < \cdots < N < M < \cdots < G$ 是 G 的一个次正规列. 如果 H 覆盖（远离）M/N, 那么 H 覆盖 (远离) 这个次正规列细化后的在 M 和 N 之间的任一个合成因子.

证 设 A/B 是满足 $N \leq B < A \leq M$ 的群 G 的合成因子. 当 H 覆盖 M/N 时, 由 $HM \supseteq HA \supseteq HB \supseteq HN$ 得 H 覆盖 A/B. 如果 H 远离 M/N, 那么 $H \cap M = H \cap N$. 因为 $H \cap M \geq H \cap A \geq H \cap B \geq H \cap N$, 所以 $H \cap A = H \cap B$. 引理得证.

引理 2.2 设 $H \leq G$, $N \trianglelefteq G$ 且 $(|H|,|N|) = 1$. 如果 $M \trianglelefteq\trianglelefteq G$, 那么 $M \cap HN = (M \cap H)(M \cap N)$.

证 设 $W = M \cap HN$. 由 $M \lhd\lhd G$ 得存在次正规子群 G_i $(i = 0,1,\cdots,r)$ 满足 $M = G_r \lhd G_{r-1} \lhd \cdots \lhd G_0 = G$. 对 r 用数学归纳法.

当 $r = 1$ 时 $M \trianglelefteq G$. 从而 $W \trianglelefteq HN$, $WH = HW$ 且 $NW = WN$. 又由 $(|H|,|N|) = 1$ 得 $(|HN:N|,|HN:H|) = 1$. 因此由文献 [7, A, 1.6(c)] 得 $W = (W \cap H)(W \cap N) = (M \cap H)(M \cap N)$.

假定 $G_{r-1} \cap HN = (G_{r-1} \cap H)(G_{r-1} \cap N)$. 设 $H_{r-1} = (G_{r-1} \cap H)$, $N_{r-1} = (G_{r-1} \cap N)$. 由 $M \leq G_{r-1}$ 和归纳假定得 $W = M \cap (G_{r-1} \cap HN) = M \cap H_{r-1}N_{r-1} = W \cap H_{r-1}N_{r-1}$.

由 $M \trianglelefteq G_{r-1}$ 得 $M \perp H_{r-1}$ 和 $M \perp N_{r-1}$, 显然也有 $(|H_{r-1}N_{r-1} : H_{r-1}|, |H_{r-1}N_{r-1} : N_{r-1}|) = 1$. 再次由文献 [7, A, 1.6(c)] 得

$$W = (W \cap H_{r-1})(W \cap N_{r-1}) = (W \cap H)(W \cap N) = (M \cap H)(M \cap N).$$

引理 2.3 设 H 是 G 的半次覆盖远离子群.

(a) 如果 $H \leq M \leq G$, 那么 H 是 M 的半次覆盖远离子群.

(b) 如果 $N \leq H$ 或 $(|H|, |N|) = 1$, 那么 HN/N 是 G/N 的半次覆盖远离子群.

证 (a) 设 H 是 G 的半次覆盖远离子群. 那么 G 有合成列 $1 = G_n \lhd G_{n-1} \lhd \cdots \lhd G_0 = G$ 使对 $i = 1, \cdots, n$ 有 $HG_i = HG_{i-1}$ 或 $H \cap G_{i-1} = H \cap G_i$. 设 $M_i = G_i \cap M$, $i = 0, \cdots, n$. 那么有 $HM_i = HM_{i-1}$ 或 $H \cap M_i = H \cap M_{i-1}$. 于是 H 覆盖远离 M 的次正规列 $1 = M_n \unlhd M_{n-1} \unlhd \cdots \unlhd M_0 = M$, 从而由引理 2.1 得 H 是 M 的半次覆盖远离子群.

(b) 设 H 是 G 的半次覆盖远离子群, H 覆盖远离主列 $1 = G_0 < G_1 < \cdots < G_t = G$. 即有 $HG_i = HG_{i-1}$ 或 $H \cap G_i = H \cap G_{i-1}$. $HG_i = HG_{i-1}$ 显然结论成立, 只需要证明 $H \cap G_i = H \cap G_{i-1}$ 时的情形.

如果 $N \leq H$, 那么 $H/N \cap G_{i-1}N/N = N(H \cap G_{i-1})/N$ (由文献 [7, A, 1.3] 可得) 且 $H/N \cap G_iN/N = N(H \cap G_i)/N$. 结合 $H \cap G_i = H \cap G_{i-1}$ 得 $(H/N \cap G_iN/N) = (H/N \cap G_{i-1}N/N)$. 于是, 由引理 2.1 得 H/N 是 G/N 的半次覆盖远离子群.

如果 $(|H|, |N|) = 1$, 那么 $HN/N \cap G_{i-1}N/N = N(HN \cap G_{i-1})/N$. 又由引理 2.2 得 $HN \cap G_{i-1} = (H \cap G_{i-1})(N \cap G_{i-1})$, 所以 $HN/N \cap G_{i-1}N/N = N(H \cap G_{i-1})(N \cap G_{i-1})/N = N(H \cap G_{i-1})/N \cong H \cap G_{i-1}$. 同理有 $H/N \cap G_iN/N \cong H \cap G_i$. 因此 $HN/N \cap G_{i-1}N/N = HN/N \cap G_iN/N$, 从而 H/N 是 G/N 的半次覆盖远离子群.

引理 2.4 设 G 为有限群且 L 是 G 的 2 - 极大子群. 如果 $L = 1$, 那么 G 可解.

证 如果 $L = 1$, 那么 G 有一个素数阶的极大子群, 从而由文献 [8, 第四章, 7.4] 得 G 可解.

引理 2.5 设 G 为有限群, A/B 为 G 的次正规因子, $H \leq G$, 则有

(1) $(A \cap H)B = A \Leftrightarrow HB = HA$;

(2) $(A \cap H)B = B \Leftrightarrow B \cap H = A \cap H$.

证 (1) 若 $(A \cap H)B = A$ 则 $HB = (H(A \cap H))B = H((A \cap H)B)H = HA$; 反之, 若 $HB = HA$ 则由文献 [7, A, 1.3] 得 $A = A \cap HA = A \cap HB = (A \cap H)B$.

(2) 若 $(A \cap H)B = B$ 则由文献 [7, A, 1.3] 得 $B \cap H = ((A \cap H)B) \cap H = (A \cap H)(B \cap H) = A \cap H$; 反之, 若 $B \cap H = A \cap H$ 则 $B(A \cap H) = B(B \cap H) = B$.

3 主要结果

定理 3.1 设 G 是有限群. 如果 G 的每一个极大子群都是 G 的半次覆盖远离子群, 那么 G 是可解的.

证 假设结论不成立, 设 G 是极小阶反例.

因为 G 的商群的极大子群的逆像是 G 的极大子群, 由引理 2.3, G 的商群满足定理的假设. 因此, 对任意的 $N \unlhd G$, 由 G 是极小阶反例得 G/N 是可解的. 如果 G 有两个极小正规子群, 那么由可解群类是饱和群系得 G 是可解的. 因此, 假定 G 有唯一的极小正规子群, 设为 N. 若 N 是可解的则 G 是可解的, 所以假定 N 非可解. 于是 $N = N_1 \times N_2 \times \cdots \times N_r$, 其中 $N_1 \cong N_2 \cong \cdots \cong N_r$ 为非可解单群. 由文献 [7, A, 15.2] 得 $C_G(N) = 1$.

设 $P = P_1 \times P_2 \times \cdots \times P_r > 1$, 其中 $P_i \in Syl_p(N_i)$, $i = 1, 2, \cdots, r$, 则 $P \in Syl_p(N)$. 由 Frattini 推断得 $G = NN_G(P)$. 因为 N 是 G 的极小正规子群且 $P < N$, 所以存在 $M <\cdot G$ 使 $N_G(P) \leq M$, 从而 $G = MN$. 由题设, 可设 M 覆盖远离合成列 $1 = G_0 < G_1 < \cdots < G_t = G$. 由文献 [7, A, 14.3] 得 $N \leq N_G(G_1)$, 若 $N \cap G_1 = 1$, 则有 $1 = C_G(N) \geq G_1$, 这是不

可能的. 因此 $N \cap G_1 \neq 1$, 又 $N \cap G_1 \lhd \lhd G$, 结合 G_1 为极小次正规子群得 $N \geq G_1$. 由文献 [8, 第一章, 9.12 定理] 可假设 $N_1 = G_1$. 因为 $M \cap G_1 \geq P_1 > 1$, 所以 M 覆盖 $G_1/1$, 即有 $MG_1 = M$, 从而 $N_1 = G_1 \leq M$. 由 $N_1 \trianglelefteq N$ 得 $N_1^N = N_1$, 所以 $N_1^G = N_1^{NM} = N_1^M \leq M$. 由 N 是唯一的极小正规子群得 $N \leq N_1^G \leq M$, 所以 $G = MN = M$, 与 $M < \cdot G$ 矛盾. 定理得证.

定理 3.2 若群 G 的每一个 2 - 极大子群都是 G 的半次覆盖远离子群, 那么 G 是可解的.

证 对每一个 $M < \cdot G$, 由定理的假设条件和引理 2.3 得 M 的每一个极大子群均在 M 中半覆盖远离. 因此由定理 3.1 得 M 可解.

另一方面, 对每一个 $N \lhd G$, 由引理 2.3, 有 G/N 满足定理的假设条件. 如果 $N \neq 1$, 那么对 $|G|$ 用归纳法得 G/N 可解. 因此, 如果 $N < G$ 那么 N 必含于某一个极大子群, 从而 N 可解, G 可解. 因此, 可假定 G 是非交换单群. 于是, 对 G 的任一个 2 - 极大子群 L, 由假设条件得 $L = G$ 或 $L = 1$. 由 L 是一个 2 - 极大子群知 $L = G$ 不可能, 于是必有 $L = 1$, 从而由引理 2.4 得 G 是可解群.

定理 3.3 群 G 是可解群当且仅当 G 的任意子群都是 G 的半次覆盖远离子群.

证 必要性: 群 G 是可解群, 设 $1 = G_n \lhd G_{n-1} \lhd \cdots \lhd G_0 = G$ 是 G 的合成列, 则由 G 是可解群得 G_{i-1}/G_i 为 p 阶群, $i = 1, \cdots, n-1$. 设 $H \leq G$, 则 $G_{i-1} \cap H \nsubseteq G_i$ 或 $G_{i-1} \cap H \subseteq G_i$. 若前者成立, 则 $(G_{i-1} \cap H)G_i = G_{i-1}$; 若后者成立, 则 $(G_{i-1} \cap H)G_i = G_i$. 由引理 2.5 分别得

$$HG_i = HG_{i-1} \quad \text{和} \quad G_i \cap H = G_{i-1} \cap H.$$

充分性由定理 3.1 或定理 3.2 显然可得.

注 3.1 由定理 3.3 知道半次覆盖远离子群只能刻画群的可解性, 且定理 3.1 和定理 3.2 的条件都是群可解的充要条件.

定理 3.4 群 G 是 p - 可解群当且仅当 G 有 Sylow p - 子群 P 是 G 的半次覆盖远离子群.

证 必要性: 假设群 G 是 p - 可解群, $1 = G_n \lhd G_{n-1} \lhd \cdots \lhd G_0 = G$ 是 G 的合成列, 则由 G 是 p - 可解群得 G_{i-1}/G_i 为 p 阶群或 p' - 群, $i = 1, \cdots, n-1$. 设 P 是 G 的任一 Sylow p - 子群. 则 G_{i-1}/G_i 为 p 阶群时, $G_{i-1} \cap P \nsubseteq G_i$; G_{i-1}/G_i 为 p' - 群时, $G_{i-1} \cap P \subseteq G_i$. 从而 $G_i(G_{i-1} \cap P) = G_{i-1}$ 和 $G_i(G_{i-1} \cap P) = G_i$. 由引理 2.5 分别得 $PG_i = PG_{i-1}$ 和 $G_i \cap P = G_{i-1} \cap P$.

充分性: 假设 G 有 Sylow p - 子群 P 是 G 的半次覆盖远离子群, 则可设 P 覆盖远离 G 的一个合成列 $1 = G_n \lhd G_{n-1} \lhd \cdots \lhd G_0 = G$.

若 $PG_i = PG_{i-1}$, 则由引理 2.5 得 $(G_{i-1} \cap P)G_i = G_{i-1}$. 由 $G_{i-1} \lhd \lhd G$ 得 $G_{i-1} \cap P \in Syl_p(G_{i-1})$. 从而 G_{i-1}/G_i 为 p - 群, 结合 G_{i-1}/G_i 为单群得 G_{i-1}/G_i 为 p 阶群.

若 $G_i \cap P = G_{i-1} \cap P$, 则由引理 2.5 得 $G_i(G_{i-1} \cap P) = G_i$. 由 $G_{i-1} \lhd \lhd G$ 得 $G_{i-1} \cap P \in Syl_p(G_{i-1})$. 因此 G_{i-1}/G_i 为 p' - 群.

由定理 3.4 可得推论 3.1.

推论 3.1 群 G 是可解群当且仅当 G 的任意 Sylow 子群都是 G 的半次覆盖远离子群.

由推论 3.1、定理 3.1 和定理 3.3 得推论 3.2.

推论 3.2 (见文献 [6, 定理 2.2]) 设 G 是一个群. 则如下的 3 个命题等价:

(1) G 是一个可解群;

(2) G 的每一 Sylow 子群在 G 中具有半覆盖远离性;

(3) G 的每一极大子群在 G 中都具有半覆盖远离性.

平行于文献 [6, 定理 3.1], 结合定理 3.3, 只可能得到如下结论.

定理 3.5 群 G 是可解群当且仅当 G 每一个非循环 Sylow 子群的任一个极大子群都是 G 的半次覆盖远离子群.

证 必要性由定理 3.3 显然可得, 下面证明充分性.

(1) 设 P 是 G 的一个 Sylow p - 子群, $1 = G_n \lhd G_{n-1} \lhd \cdots \lhd G_0 = G$ 是 G 的任一合成列, 其中 $p \in \pi(G)$. 则

$$G_i \cap P \in Syl_p(G_i),\ i = 0, 1, \cdots, n.$$

于是 $(G_{i-1} \cap P)G_i/G_i$ 是 G_{i-1}/G_i 的 Sylow p - 子群. 且由

$$(G_{i-1} \cap P)/(G_i \cap P) \cong (G_{i-1} \cap P)G_i/G_i$$

得 $(G_{i-1} \cap P)G_i/G_i$ 同构于 P 的一个截断.

(2) 设 P 是 G 的一个 Sylow p - 子群, 若 P 循环则由 (1) 得 G_{i-1}/G_i 的 Sylow p - 子群为循环群.

(3) 设 P 是 G 的一个 Sylow p - 子群, $P_1 < \cdot P$. 若 P 非循环, 则 P_1 覆盖远离 G 的某一合成列 $1 = G_n \lhd G_{n-1} \lhd \cdots \lhd G_0 = G$.

(i) 若 P_1 覆盖 G_{i-1}/G_i, 则由引理 2.5 得 $G_{i-1} = (P_1 \cap G_{i-1})G_i$. 于是

$$G_{i-1}/G_i = (P_1 \cap G_{i-1})/G_i \cong (P_1 \cap G_{i-1})/(P_1 \cap G_i)$$

是一个 p - 群, 结合 G_{i-1}/G_i 是单群得 G_{i-1}/G_i 为 p 阶群.

(ii) 若 P_1 远离 G_{i-1}/G_i, 则由引理 2.5 得 $G_i = (P_1 \cap G_{i-1})G_i$.

若 $(P \cap G_{i-1}) \subseteq P_1$, 则 $(P \cap G_{i-1}) = (P_1 \cap G_{i-1})$. 因此得 $G_i = (P \cap G_{i-1})G_i$, 从而由 $P \cap G_{i-1}$ 为 G_{i-1} 的 Sylow p - 子群得 G_{i-1}/G_i 为 p' - 群.

若 $(P \cap G_{i-1}) \nsubseteq P_1$ 则 $(P \cap G_{i-1})P_1 = P$. 又由 $P_1 < \cdot P$ 得 $P_1 \lhd P$ 且 $|P : P_1| = p$. 于是由 $|(P \cap G_{i-1})||P_1|/|(P_1 \cap G_{i-1})| = |P|$ 得 $|(P \cap G_{i-1}) : (P_1 \cap G_{i-1})| = p$. 所以

$$\begin{aligned}
& ((P \cap G_{i-1})G_i/G_i)/((P_1 \cap G_{i-1})G_i/G_i) \\
\cong\ & ((P \cap G_{i-1})G_i)/((P_1 \cap G_{i-1})G_i) \\
\cong\ & (P \cap G_{i-1})/((P \cap G_{i-1}) \cap ((P_1 \cap G_{i-1})G_i)) \\
=\ & (P \cap G_{i-1})/((P \cap G_i)(P_1 \cap G_{i-1}))
\end{aligned}$$

为 p 阶群或1.

总之, 由 (2), (3) 得 G_{i-1}/G_i 的 Sylow 子群为循环群. 因此 G_{i-1}/G_i 可解 (见文献 [9, V, 6.2 定理]), 从而为素数阶群. 所以群 G 是可解群.

参 考 文 献

[1] Wang Y. C-normality of groups and its properties[J]. J. Alg., 1996, 180(3): 954–965.

[2] Sirnivasan S. Two sufficient conditions for supersolvability of finite groups[J]. Isreal J. Math., 1980, 35(3): 210–214.

[3] Beidleman J C, Robinson D J S. On finite groups satisfying the Permutizer condition[J]. J. Alg., 1997, 191(2): 686–703.

[4] Zhang J. A note on finite groups satisfying permutizer condition[J]. Kexue Tongbao, 1986, 31(6): 363–365.

[5] Guo X, Shum K P. Cover-avoidance properties and the structure of finite groups[J]. J. Pure Appl. Alg., 2003, 181(2-3): 297–308.

[6] 樊恽, 郭秀云, 岑嘉评. 关于子群的两种广义正规性的注记 [J]. 数学年刊, 2006, 27A(2): 169–176.

[7] Doerk K, Hawkes T. Finite soluble groups[M]. New York: Walter de Gruyter Berlin, 1992.

[8] 胡贝特 B 著, 黄建华, 李慧陵译. 有限群论 (第一卷)[M]. 福州: 福建人民出版社, 1992.

[9] 徐明曜. 有限群导引 (上)[M]. 北京: 科学出版社, 1987.

[10] 韦华全, 班桂宁. 某些幂零子群与可解性 [J]. 数学杂志, 1999, 19(3): 257–262.

SEMI-SUBNORMAL-COVER-AVOIDANCE SUBGROUPS AND THE SOLVABLITY OF FINITE GROUPS

LI Shi-heng[1], LIU Hai-ping[2], LIU Dong-hua[3]

(*1.School of Science, Zhengzhou University of Aeronautics, Zhengzhou 450015, China*)

(*2.School of Economics and Trade, Zhengzhou University of Aeronautics, Zhengzhou 450015, China*)

(*3.Department of Public Education, Zhengzhou Railway Vocational and Technical College, Zhengzhou 450052, China*)

Abstract: In this paper, we define semi-subnormal-cover-avoidance subgroups of finite groups and study the solvability between groups and their semi-subnormal-cover-avoidance subgroups. With semi-subnormal-cover-avoidance subgroups, we characterize the solvability of finite groups and obtain the results that the group is soluble if all of its sylow groups (or maximal subgroups) are semi-subnormal-cover-avoidance subgroups, which generalize the results in [6].

Keywords: finite group; Semi-subnormal-cover-avoidance subgroups; maximal subgroups; solvable

2010 MR Subject Classification: 20D10; 20D35