Vol. 37 (2017)
No. 6

数 学 杂 志
J. of Math. (PRC)

距离模式识别图的判定

丁 超

(安庆师范大学数学与计算科学学院, 安徽 安庆 246133)

摘 要: 本文研究了几类图的距离模式识别性. 利用构造法, 求出了它们的距离模式识别集和距离模式识别数, 提出距离模式识别率的概念, 推广了距离模式识别数的概念.

关 键 词: 距离模式识别集; 距离模式识别数; 方格图

MR(2010) **主题分类号**: 05C12 **中 图 分 类 号**: O157.5

文 献 标 识 码: A **文 章 编 号**: 0255-7797(2017)06-1220-07

1 引言

图的距离模式识别集由 Acharya 在 2006 年向 Germina 提出, 随后 Germina 等人对此展开了研究, 一些有意思的结论见文献 [1–8]. 图的一个距离模式识别集是图的一个自同构群, 图的每个顶点可由它与距离模式识别集的关系所唯一确定. 图可能存在距离模式识别集也可能不存在距离模式识别集, 存在距离模式识别集的图称为距离模式识别图, 否则称为非距离模式识别图. 图 G 的距离模式识别集可能不唯一, 阶数最小的距离模式识别集的阶数称为图的距离模式识别数 (记为 $\rho(G)$). 如何判定图的距离模式识别数是个有意思的问题. 本文判定两类非距离模式识图, 得到几类图的距离模式识别集和距离模式识别数, 最后给出一个计算距离模式识别率的算法.

2 定义和引理

定义 2.1 [1] 设 v 为图 $G(V,E)$ 的任意一个顶点, 非空集合 $M\subseteq V(G)$, j 为非负整数, 记 $N_j^M(v)=\{u\in M: d(u,v)=j\}$, 称集合 $f_M(v)=\{d(u,v): u\in M\}$ 为 v 的 M - 距离模式. 显然, $f_M(v)=\{j: N_j^M(v)\neq\phi\}$. 如果 $f_M: v\mapsto f_M(v)$ 是单射, 那么称 M 为 G 的距离模式识别集. 记 $n\times(d_G+1)$ 阶矩阵 $D_G^M=(|N_{j-1}^M(v_i)|)$, $j=1,2,\cdots,(d_G+1)$ ($n=|V|$, d_G 为 G 的直径), 将 D_G^M 中的非零元用 1 替换得矩阵 D_G^{*M}.

定义 2.2 设 $G_1(V_1,E_1)$ 和 $G_2(V_2,E_2)$ 为两个简单图, 它们的积图 $G_1\times G_2$ 定义为

$$V(G_1\times G_2)=V_1\times V_2,$$
$$E(G_1\times G_2)=\{(u_1,v_1)(u_2,v_2)|u_1=u_2 \text{ 且 } v_1\sim v_2 \text{ 或者 } v_1=v_2 \text{ 且 } u_1\sim u_2\},$$

其中 $v_1\sim v_2$ 表示 v_1 与 v_2 在 G_2 中邻接, $u_1\sim u_2$ 表示 u_1 与 u_2 在 G_1 中邻接, 若 G_1 和 G_2 为两条路, 则它们的积图为方格图.

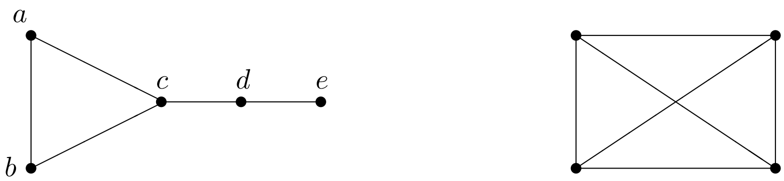
*收稿日期: 2016-07-16 接收日期: 2016-10-31

基金项目: 安徽省高等学校自然科学基金资助 (KJ2013186).

作者简介: 丁超 (1979–), 男, 安徽芜湖, 讲师, 主要研究方向: 图论.

引理 2.3 [2] 设图为 $G(V,E)$, 非空集合 $M\subseteq V(G)$, M 为 G 的距离模式识别集的充分必要条件是 D_G^{*M} 的任意两行互异.

例 2.4 图 1 给出了两个图, 其中 G 为距离模式识别图, H 为非距离模式识别图.



G : 距离模式识别图 H : 非距离模式识别图

图 1

在 G 中, 令 $M=\{b,c,e\}$, 则

$$\begin{aligned}
&f_M(a)=\{1,3\}, f_M(b)=\{0,1,3\},\\
&f_M(c)=\{0,1,2\}, f_M(d)=\{1,2\}, f_M(e)=\{0,2,3\},\\
&N_0^M(a)=\phi,\ N_1^M(a)=\{b,c\}, N_2^M(a)=\phi,\ N_3^M(a)=\{e\},\\
&N_0^M(b)=\{b\}, N_1^M(b)=\{c\},\ \ N_2^M(b)=\phi,\ N_3^M(b)=\{e\},\\
&N_0^M(c)=\{c\}, N_1^M(c)=\{b\},\ \ N_2^M(c)=\{e\}, N_3^M(c)=\phi,\\
&N_0^M(d)=\phi,\ N_1^M(d)=\{c,e\}, N_2^M(d)=\{b\}, N_3^M(d)=\phi,\\
&N_0^M(e)=\{e\}, N_1^M(e)=\phi,\ \ N_2^M(e)=\{c\}, N_3^M(e)=\{b\}.\\
&D_G^M=\begin{pmatrix} 0&2&0&1\\ 1&1&0&1\\ 1&1&1&0\\ 0&2&1&0\\ 1&0&1&1 \end{pmatrix}, D_G^{*M}=\begin{pmatrix} 0&1&0&1\\ 1&1&0&1\\ 1&1&1&0\\ 0&1&1&0\\ 1&0&1&1 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

D_G^{*M} 的任意两行互异, 所以 M 为 G 的距离模式识别集, 即 G 为距离模式识别图, 且 $\rho(G)=3$. H 不存在距离模式识别集, 即 H 为非距离模式识别图.

引理 2.5 [2] 设 C_n 为 n 阶圈, 则 C_n 为距离模式识别图的充分必要条件是 $n\geq 7$.

引理 2.6 [3] 设 G 为距离模式识别图, M 为 G 的距离模式识别集. 那么 M 的导出子图 $G[M]$ 是非连通的.

引理 2.7 [1] (a) 平凡图 K_1 是唯一的距离模式识别数为自身价数的图.

(b) 路是唯一的距离模式识别数为 1 的图.

(c) 不存在距离模式识别数为 2 的图.

(d) 若 $n\geq 7$, 则 $\rho(C_n)=3$.

3 主要结论

定理 3.1 (a) 设 G 为任意给定的图, v 为 G 的任一顶点, H_1 为 G 在点 v 粘三个悬挂点所得的图, 则 H_1 为非距离模式识别图.

(b) 设树 T^* 如图 2 所示, 将 T^* 粘到 (在点 v 处) 任一图的任一顶点上得 H_2, 则 H_2 为非距离模式识别图.

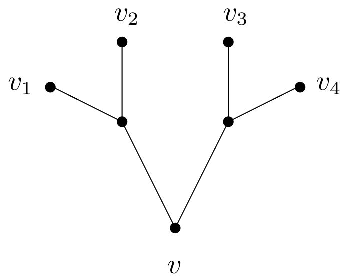


图 2

证 (a) 设粘到点 v 上的三个悬挂点分别为 v_1, v_2, v_3. 假设 H_1 有一个距离模式识别集 M, 对 v_1, v_2, v_3 而言有以下两种情形:

情形 1 v_1, v_2, v_3 中至少有两个顶点属于 M. 不失一般性, 令 v_1, v_2 属于 M, 那么在 $D_{H_1}^{*M}$ 中对应于 v_1, v_2 的两行相同, 与 M 为距离模式识别集矛盾.

情形 2 v_1, v_2, v_3 中至少有两个顶点不属于 M. 不失一般性, 令 v_1, v_2 属于 M, 那么在 $D_{H_1}^{*M}$ 中对应于 v_1, v_2 的两行也相同, 与 M 为距离模式识别集矛盾.

(b) 设树 T^* 的四个悬挂点分别为 v_1, v_2, v_3, v_4. 假设 H_2 有一个距离模式识别集 M, 对 v_1, v_2, v_3, v_4 而言也有至少两个顶点属于 M 或者至少两个顶点不属于 M 的两种情形, 证明与 (a) 相同. 所以结论成立.

定理 3.2 设 C_n 为 $n(n \geq 3)$ 阶圈, P_m 为 $m(m \geq 2)$ 阶路, 将 P_m 的一个悬挂点粘到 C_n 的一个顶点上得图 H. 当 $m = 2$ 且 $n = 3$ 或者 $n = 4$ 时, H 为非距离模式识别图. 其它情形 H 为距离模式识别图, 且 $\rho(H) = 3$.

证 **情形 1** $n = 3$ 且 $m = 2$. 设 $C_3 = v_1v_2v_3v_1$, $P_1 = v_1v_4$ 是粘到 v_1 上的路. 假设 H 有一个距离模式识别集 M. 由引理 2.7 知 $|M| \neq 1, 2, 4$, 那么 M 只能是 $\{v_2, v_3, v_4\}$, 但在 D_H^{*M} 中对应于 v_2, v_3 的两行相同, 与 M 为距离模式识别集矛盾, 即 H 为非距离模式识别图.

情形 2 $n = 3$ 且 $m > 2$. 设 $C_3 = v_1v_2v_3v_1$, $P_m = v_1v_4v_5\cdots v_{2+m}$ 是粘到 v_1 上的路. 考察集合 $M = \{v_1, v_3, v_5\}$, 则

$$D_H^{*M} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

在 D_H^{*M} 中前五行互异, 从第六行开始, 第 i 行元素 1 的位置是第 $i-1$ 行元素 1 的位置向右

移一个单位所得 ($i=6,\cdots,2+m$). 所以 D_H^{*M} 的任意两行互异, M 为 H 的距离模式识别集, 即 H 为距离模式识别图, 且 $\rho(H)=3$.

情形 3 $n=4$ 且 $m=2$. 设 $C_4=v_1v_2v_3v_4v_1$, $P_1=v_1v_5$ 是粘到 v_1 上的路. 假设 H 有一个距离模式识别集 M. 由引理 2.6 和引理 2.7 知 $|M|\neq 1,2,4,5$, 那么 M 只能是 $\{v_1,v_3,v_5\}$, $\{v_3,v_4,v_5\}$, $\{v_2,v_3,v_5\}$ 和 $\{v_2,v_4,v_5\}$. 容易验证对应的 D_H^{*M} 中总有两行相同, 与 M 为距离模式识别集矛盾, 即 H 为非距离模式识别图.

情形 4 $n=4$ 且 $m>2$. 设 $C_4=v_1v_2v_3v_4v_1$, $P_m=v_1v_5v_6\cdots v_{3+m}$ 是粘到 v_1 上的路. 考察集合 $M=\{v_1,v_2,v_6\}$, 则

$$D_H^{*M}=\begin{pmatrix}
1&1&1&0&0&0&\cdots&0&0&0&0\\
1&1&0&1&0&0&\cdots&0&0&0&0\\
0&1&1&0&1&0&\cdots&0&0&0&0\\
0&1&1&1&0&0&\cdots&0&0&0&0\\
0&1&1&0&0&0&\cdots&0&0&0&0\\
1&0&1&1&0&0&\cdots&0&0&0&0\\
0&1&0&1&1&0&\cdots&0&0&0&0\\
0&0&1&0&1&1&\cdots&0&0&0&0\\
\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\
0&0&0&0&0&0&\cdots&1&0&1&1
\end{pmatrix}.$$

在 D_H^{*M} 中前六行互异, 从第七行开始, 第 i 行元素 1 的位置是第 $i-1$ 行元素 1 的位置向右移一个单位所得 ($i=7,\cdots,3+m$). 所以 D_H^{*M} 的任意两行互异, M 为 H 的距离模式识别集, 即 H 为距离模式识别图, 且 $\rho(H)=3$.

情形 5 $n=5$ 且 $m\geq 2$. 设 $C_5=v_1v_2v_3v_4v_5v_1$, $P_m=v_1v_6v_7\cdots v_{4+m}$ 是粘到 v_1 上的路. 考察集合 $M=\{v_1,v_3,v_6\}$, 则

$$D_H^{*M}=\begin{pmatrix}
0&1&1&0&0&0&\cdots&0&0&0&0\\
1&1&1&0&0&0&\cdots&0&0&0&0\\
1&1&0&1&0&0&\cdots&0&0&0&0\\
0&1&1&1&0&0&\cdots&0&0&0&0\\
0&0&1&0&0&0&\cdots&0&0&0&0\\
1&0&1&1&0&0&\cdots&0&0&0&0\\
0&1&0&1&1&0&\cdots&0&0&0&0\\
0&0&1&0&1&1&\cdots&0&0&0&0\\
\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\
0&0&0&0&0&0&\cdots&1&0&1&1
\end{pmatrix}.$$

在 D_H^{*M} 中前六行互异, 从第七行开始, 第 i 行元素 1 的位置是第 $i-1$ 行元素 1 的位置向右移一个单位所得 ($i=7,\cdots,4+m$). 所以 D_H^{*M} 的任意两行互异, M 为 H 的距离模式识别集, 即 H 为距离模式识别图, 且 $\rho(H)=3$.

情形 6 $n=6$ 且 $m\geq 2$. 设

$$C_6=v_1v_2v_3v_4v_5v_6v_1,\ \ P_m=v_1v_7v_8\cdots v_{5+m}$$

是粘到 v_1 上的路. 考察集合 $M=\{v_1,v_3,v_7\}$, 则

$$D_H^{*M}=\begin{pmatrix} 1&1&1&0&0&0&\cdots&0&0&0&0\\ 0&1&1&0&0&0&\cdots&0&0&0&0\\ 1&0&1&1&0&0&\cdots&0&0&0&0\\ 0&1&0&1&1&0&\cdots&0&0&0&0\\ 0&0&1&1&0&0&\cdots&0&0&0&0\\ 0&1&1&1&0&0&\cdots&0&0&0&0\\ 1&1&0&1&0&0&\cdots&0&0&0&0\\ 0&1&1&0&1&0&\cdots&0&0&0&0\\ 0&0&1&1&0&1&\cdots&0&0&0&0\\ \cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\ 0&0&0&0&0&0&\cdots&1&0&1&1 \end{pmatrix}.$$

在 D_H^{*M} 中前七行互异, 从第八行开始, 第 i 行元素 1 的位置是第 $i-1$ 行元素 1 的位置向右移一个单位所得 $(i=8,\cdots,5+m)$. 所以 D_H^{*M} 的任意两行互异, M 为 H 的距离模式识别集, 即 H 为距离模式识别图, 且 $\rho(H)=3$.

情形 7 $n\geq 7$ 且 $m\geq 2$. 设

$$C_n=v_1v_2v_3v_4\cdots v_nv_1,\ \ P_m=v_{[\frac{n}{2}]}v_{n+1}v_{n+2}\cdots v_{n+m-1}$$

是粘到 $v_{[\frac{n}{2}]}$ 上的路. 考察集合 $M=\{v_1,v_2,v_4\}$, 由引理 2.7 知 $M=\{v_1,v_2,v_4\}$ 是 C_n 的距离模式识别集, 所以在 D_H^{*M} 中对应于点 $v_1,v_2,\cdots,v_n$ 的行是互异的. 第 $(n+1)$ 行元素 1 的位置是第 $[\frac{n}{2}]$ 行元素 1 的位置向右移一个单位所得, 从第 $(n+i)$ 行开始, 第 $(n+(i+1))$ 行元素 1 的位置是第 $(n+i)$ 行元素 1 的位置向右移一个单位所得 $(i=1,2,\cdots,m-2)$. 所以 D_H^{*M} 的任意两行互异, M 为 H 的距离模式识别集, 即 H 为距离模式识别图, 且 $\rho(H)=3$. 所以结论成立.

由定理 3.2 的证明不难得出下面推论.

推论 3.3 设 G 为距离模式识别图, P_m 为 $m(\geq 2)$ 阶路, 将 P_m 的一个悬挂点粘到 G 的一个顶点上得图 H, 且 $d_H=d_G+m-1$, 则 H 为距离模式识别集, 且 $\rho(H)=\rho(G)$.

定理 3.4 设 P_m, P_n 分别是 m 阶和 n 阶路, $G=P_m\times P_n$ 是一个格子图 $(m\geq 2,n\geq 4,n>m)$, 则 G 为距离模式识别图, 且 $\rho(G)=3$.

证 设

$$V(G)=\{v_{11},v_{12},\cdots,v_{1n},v_{21},v_{22},\cdots,v_{2n},\cdots\cdots,v_{m1}v_{m2},\cdots,,v_{mn}\},$$

如果 M 是 G 的一个距离模式识别集, 则 $|M|\geq 3$. 考察集合 $M=\{v_{11},v_{12},v_{1n}\}$, 有两种情形.

情形 1 n 为奇数. 在 D_H^{*M} 中对应点 $v_{11},v_{12},\cdots,v_{1n}$ 的行所形成的子矩阵记为 D_1, 则

D_1 为

$$\begin{pmatrix}
1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 1 & \cdots & 0
\end{pmatrix}.$$

D_1 中的任意两行互异, 记 D_i 为 D_H^{*M} 中对应点 $v_{i1}, v_{i2}, \cdots, v_{in}$ 的行所形成的子矩阵, 则 D_{i+1} 中的元素 1 的位置由 D_i 中的元素 1 的位置向右移一个单位得到 $(i = 1, 2, \cdots, m-1)$. 所以 D_H^{*M} 的任意两行互异, M 为 G 的距离模式识别集, 即 G 为距离模式识别图, 且 $\rho(G) = 3$.

情形 2 n 为偶数. 在 D_H^{*M} 中对应点 $v_{11}, v_{12}, \cdots, v_{1n}$ 的行所形成的子矩阵记为 D_1, 则 D_1 为

$$\begin{pmatrix}
1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 1 & \cdots & 0
\end{pmatrix}.$$

后面的证明与情形 1 相同. 所以结论成立.

4 算法

设图 $G(V, E)$ 为简单图, 非空集合 $M \subseteq V(G)$, 记 r_M 为 D_G^{*M} 所有行构成的集合的阶, 称 $\mu(G) = \max\limits_{M \subseteq V} \frac{r_M}{|V|}$ 为 G 的距离模式识别率, 当 $\mu(G) = 1$ 时 G 为距离模式识别图, 当 $\mu(G) < 1$ 时 G 为非距离模式识别图. 以下给出计算图的距离模式识别率和距离模式识别数的算法:

第一步 利用弗洛伊德算法计算 G 的距离矩阵 D.

第二步 求出 G 的所有 $n\times k$ 阶子阵 D' 以及与 D' 对应的顶点集 M (其中 $1\leq k\leq n$ 且 $k\neq 2$).

第三步 求出 M 对应的 D_G^{*M} 以及 r_M.

第四步 计算距离模式识别率 $\mu(G)=\max\limits_{M\subseteq V}\frac{r_M}{|V|}$, 当 $\mu(G)=1$ 时, 输出所有距离模式识别集 M, 转第五步.

第五步 计算距离模式识别数 $\rho(G)=\min|M|$.

参 考 文 献

[1] Sona J, Germina K A. On the distance pattern distinguishing number of a graph[J/OL]. J. Appl. Math., Article ID 328703, 8 pages, 2014.

[2] Germina K A. Set-valuations of graphs and applications[R]. Project Completion Report DST Grant-In-Aid Project No. SR/S4/277/05. Dpt. Sci. Tech. (DST), Government of India, 2011.

[3] Germina K A, Joseph A. Some general results on distance pattern distinguishing graphs[J]. Intern. J. Contem. Math. Sci., 2011, 6(15): 713–720.

[4] Chartrand G, Eroh L, Johnson M A, Oellermann O R. Resolvability in graphs and the metric dimension of a graph[J]. Disc. Appl. Math., 2000, 105(3): 99–113.

[5] Khuller S, Raghavachari B, Rosenfeld A. Landmarks in graphs[J]. Disc. Appl. Math., 1996, 70(3): 217–229.

[6] Germina K A, Joseph A, Sona J. Distance neighbourhood pattern matrices[J]. Euro. J. Pure Appl. Math., 2010, 3(4): 748–764.

[7] Germina K A. Distance-Patterns of vertices in a graph[J]. Intern. Math. Forum, 2010, 5(34): 1697–1704.

[8] Chartrand G, Poisson C, Zhang P. Resolvability and the upper dimension of graphs[J]. Comp. Math. Appl., 2000, 39(12): 19–28.

DETERMINATION OF DISTANCE PATTERN DISTINGUISHING GRAPHS

DING Chao

(*School of Mathematics and Computational Science, Anqing Normal University, Anqing 246133, China*)

Abstract: In this paper, some classes of graphs are studied on distance pattern distinguishing. By the method of structuring, their distance pattern distinguishing sets and the distance pattern distinguishing numbers are given. The concept of distance pattern distinguishing rate is proposed, which extends the concept of distance pattern distinguishing number.

Keywords: distance pattern distinguishing graph; distance pattern distinguishing number; grid

2010 MR Subject Classification: 05C12