

几种广义非线性发展方程的新解

李 宁, 套格图桑

(内蒙古师范大学数学科学学院, 内蒙古 呼和浩特 010022)

摘 要: 本文研究了构造了广义 KdV 方程和广义 KP-Burgers 方程等几种广义非线性发展方程的新解的问题. 利用三种辅助方程及其新解, 获得了广义 KdV 方程和广义 KP-Burgers 方程等几种广义非线性发展方程的新解. 这些解由双曲余割函数、双曲正切函数、双曲正割函数、双曲余切函数和余割函数组成.

关键词: 辅助方程; 广义 KdV 方程; 广义 KP-Burgers 方程

MR(2010) 主题分类号: 35Q51 中图分类号: O175.29

文献标识码: A 文章编号: 0255-7797(2016)05-1103-08

1 引言

众所周知非线性波动问题是有许多物理问题做背景的. 非线性发展方程是研究此类物理问题的重要数学模型, 而非线性发展方程的求解等相关问题是孤立子理论的重要研究内容之一. 所以研究非线性发展方程的求解方法等问题具有重要的研究意义.

文献 [9] 主要研究了如下几个具任意次非线性项发展方程的求解问题, 并获得了新解.

广义 KdV 方程

$$u_t + u^{q/p}u_x + u_{xxx} = 0. \quad (1.1)$$

广义 Zakharov-Kuznetsov (ZK) 方程

$$u_t + au^{q/p}u_x + b(u_{xx} + u_{yy})_x = 0. \quad (1.2)$$

广义 Burgers 方程

$$u_t + au^{q/p}u_x + bu_{xx} = 0. \quad (1.3)$$

广义 KP-Burgers 方程

$$(u_t + au^{q/p}u_x + bu_{xx} + cu_{xx})_x + \sigma^2 u_{yy} = 0. \quad (1.4)$$

广义 ZK-Burgers 方程

$$u_t + au^{q/p}u_x + bu_{xxx} + c(u_{yy} + u_{zz})_x + du_{xx} = 0, \quad (1.5)$$

这里 p 和 q 都是任意的正整数.

*收稿日期: 2014-05-12 接收日期: 2014-09-03

基金项目: 国家自然科学基金资助 (11361040); 内蒙古自治区高等学校科学研究基金资助 (NJZY12031); 内蒙古自治区自然科学基金资助 (2015MS0128).

作者简介: 李宁 (1989-), 男, 河北石家庄, 硕士, 主要研究方向: 孤立子与可积系统理论及其应用.

当 $p = q$ 时, 方程 (1.1)–(1.5) 化为 KdV 方程, ZK 方程, Burgers 方程, KP-Burgers 方程和 ZK-Burgers 方程, 文献 [1–8] 都研究过这些方程的求解问题, 获得了成果.

当 $q = np$ 且 n 是整数 ($n \geq 1$) 时, 方程 (1.1)–(1.5) 变成正整数幂的非线性发展方程.

文献 [9] 利用如下两个常微分方程, 构造了非线性常微分方程 (1.1)–(1.5) 的新解,

$$F'^2 = AF^2 - F^{q/p+2}, \quad (1.6)$$

$$F' = \pm(AF - F^{q/p+1}), \quad (1.7)$$

其解由双曲正割函数和双曲正切函数组成, 形式分别如下

$$F = [A \operatorname{sech}^2 \sqrt{A} \frac{q}{2p} \xi]^{\frac{q}{p}},$$

$$F = [\frac{A}{2}(1 \pm \tanh \frac{q}{2p} \xi)]^{\frac{q}{p}}.$$

本文给出了包含常微分方程 (1.6) 和 (1.7) 的如下常微分方程, 并获得了新解,

$$F'^2 = AF^2 + BF^{q/p+2}, \quad (1.8)$$

$$F' = \pm(AF + BF^{q/p+1}), \quad (1.9)$$

$$F'^2 = -AF^2 + BF^{q/p+2}, \quad (1.10)$$

这里 $A > 0$, p, q 是正整数, B 是常数, 且当 $B = -1$ 时, 方程 (1.6) 和 (1.7) 是方程 (1.8) 和 (1.9) 的特殊情况.

本文用方程 (1.8), (1.9) 和 (1.10), 构造了广义 KdV 方程和广义 KP-Burgers 方程等几种广义非线性发展方程的新解. 这些解由双曲余割函数、双曲正切函数、双曲正割函数、双曲余切函数和余割函数组成.

2 方法的介绍

考虑如下非线性发展方程

$$H(u, u_x, u_t, u_{xx}, u_{xt}, u_{tt}, \dots) = 0. \quad (2.1)$$

假设方程 (2.1) 的形式解为

$$u(\xi) = \lambda F^m(\xi), \lambda \neq 0, \xi = x - Vt, \quad (2.2)$$

其中 λ, V 和 m 是待定系数, $F = F(\xi)$ 由常微分方程 (1.8), (1.9) 或 (1.10) 来确定.

经计算获得了常微分方程 (1.8), (1.9) 或 (1.10) 的如下新解:

常微分方程 (1.8) 的解为

$$F(\xi) = [\frac{A}{B} \operatorname{csch}^2 \sqrt{A} (-\frac{q}{2p}) \xi]^{\frac{p}{q}}, \quad (2.3)$$

这里 $A > 0$, p, q 是正整数.

常微分方程 (1.9) 的解为

$$\begin{aligned} F &= [\frac{A}{2B}(\coth(-\frac{\ln B}{2} - \frac{q}{2p}\xi) \pm 1)]^{\frac{p}{q}}, B > 0, \\ F &= [\frac{A}{2B}(\coth(\frac{\ln(-B)}{2} - \frac{q}{2p}\xi) \pm 1)]^{\frac{p}{q}}, B < 0, \end{aligned} \quad (2.4)$$

这里 $A > 0$, p, q 是正整数.

常微分方程 (1.10) 的解为

$$F(\xi) = [\frac{A}{B} \csc^2 \sqrt{A}(-\frac{q}{2p}\xi)]^{\frac{p}{q}}, \quad (2.5)$$

这里 $A > 0$, p, q 是正整数.

将 (2.2) 式代入非线性发展方程 (2.1), 并利用齐次平衡法确定常数 m . 再令 $\lambda F^i F'^j (i, j \geq 0)$ 的系数为零后得到一个以 λ, V 和 A 未知量的非线性代数方程组. 解出 λ, V 和 A , 并与常微分方程的解 $F = F(\xi)$ 一起代入形式解 (2.2) 后即可得到非线性发展方程 (2.1) 的新解.

3 几种广义非线性发展方程的新解

例 1 广义 KdV 方程的解

把 $u(x, t) = u(\xi), \xi = x - Vt$ (其中 V 是待定的常数) 代入方程 (1.1) 后得

$$-Vu' + u^{q/p}u' + u''' = 0. \quad (3.1)$$

根据齐次平衡法, 获得如下方程

$$m \times q/p + m + q/2p = m + q/2p \times 3, \quad (3.2)$$

解出 $m = 1$. 所以假设方程 (1.1) 的形式解为

$$u(\xi) = \lambda F(\xi), \lambda \neq 0. \quad (3.3)$$

情况 1 用常微分方程 (1.8) 构造新解.

将 (3.3) 式和常微分方程 (1.8) 一起代入方程 (3.1) 得

$$(A - V)\lambda F' + [\lambda^{q/p} + B(\frac{q}{2p} + 1)(\frac{q}{p} + 1)]\lambda F^{q/p}F' = 0. \quad (3.4)$$

令 $\lambda F', \lambda F^{q/p}F'$ 的系数为零, 可以得到

$$V = A, \lambda = [-B(\frac{q}{2p} + 1)(\frac{q}{p} + 1)]^{p/q}. \quad (3.5)$$

将 (2.3) 和 (3.5) 式代入 (3.3) 式可得到广义 KdV 方程的如下解

$$u(x, t) = [-A(\frac{q}{2p} + 1)(\frac{q}{p} + 1)\operatorname{csch}^2 \sqrt{A}(-\frac{q}{2p})(x - At)]^{\frac{p}{q}}. \quad (3.6)$$

情况 2 用常微分方程 (1.10) 构造新解.

将 (3.3) 式和常微分方程 (1.10) 一起代入方程 (3.1) 得

$$(-A - V)\lambda F' + [\lambda^{q/p} + B(\frac{q}{2p} + 1)(\frac{q}{p} + 1)]\lambda F^{q/p} F' = 0. \quad (3.7)$$

令 $\lambda F', \lambda F^{q/p} F'$ 的系数为零, 可以得到

$$V = -A, \lambda = [-B(\frac{q}{2p} + 1)(\frac{q}{p} + 1)]^{p/q}. \quad (3.8)$$

将 (2.5) 和 (3.8) 式代入 (3.3) 式可得到广义 KdV 方程的如下形式的解

$$u(x, t) = [-A(\frac{q}{2p} + 1)(\frac{q}{p} + 1) \csc^2 \sqrt{A}(-\frac{q}{2p})(x + At)]^{\frac{p}{q}}. \quad (3.9)$$

情况 3 当 $B = -1$ 时, 方程 (1.8) 可变为方程 (1.6), 此时广义 KdV 方程有如下形式的解 [9]

$$u(x, t) = [A(\frac{q}{2p} + 1)(\frac{q}{p} + 1) \sec^2 \sqrt{A} \frac{q}{2p}(x - At)]^{\frac{p}{q}}. \quad (3.10)$$

例 2 广义 ZK 方程的解

把 $u(x, y, t) = u(\xi), \xi = k_1 x + k_2 y - Vt, k_1^2 + k_2^2 = 1$ (其中 V 是待定的常数) 代入方程 (1.2) 后得

$$-Vu' + ak_1 u^{q/p} u' + bk_1 u''' = 0. \quad (3.11)$$

假设方程 (1.2) 的形式解为

$$u(\xi) = \lambda F(\xi), \lambda \neq 0. \quad (3.12)$$

情况 1 用常微分方程 (1.8) 构造新解.

将 (3.12) 式和常微分方程 (1.8) 一起代入方程 (3.11) 得

$$(-V + bAk_1)\lambda F' + [ak_1 \lambda^{q/p} + bk_1 B(\frac{q}{2p} + 1)(\frac{q}{p} + 1)]\lambda F^{q/p} F' = 0. \quad (3.13)$$

令 $\lambda F', \lambda F^{q/p} F'$ 的系数为零可得到

$$V = bAk_1, \lambda = [-\frac{bB}{a}(\frac{q}{2p} + 1)(\frac{q}{p} + 1)]^{p/q}. \quad (3.14)$$

将 (2.3) 和 (3.14) 式代入 (3.12) 式可得到广义 ZK 方程的如下形式的解

$$u(x, y, t) = [-\frac{bA}{a}(\frac{q}{2p} + 1)(\frac{q}{p} + 1) \csc^2 \sqrt{A}(-\frac{q}{2p})(k_1 x + k_2 y - bAk_1 t)]^{\frac{p}{q}}. \quad (3.15)$$

情况 2 用常微分方程 (1.10) 来构造新解.

将 (3.12) 式和常微分方程 (1.10) 一起代入方程 (3.11) 得

$$(-V - bAk_1)\lambda F' + [ak_1 \lambda^{q/p} + bk_1 B(\frac{q}{2p} + 1)(\frac{q}{p} + 1)]\lambda F^{q/p} F' = 0. \quad (3.16)$$

令 $\lambda F', \lambda F^{q/p} F'$ 的系数为零可得到

$$V = -bAk_1, \lambda = [-\frac{bB}{a}(\frac{q}{2p} + 1)(\frac{q}{p} + 1)]^{p/q}. \quad (3.17)$$

将 (2.5) 和 (3.17) 式代入 (3.12) 式可得广义 ZK 方程的如下形式的解

$$u(x, y, t) = \left[-\frac{bA}{a} \left(\frac{q}{2p} + 1 \right) \left(\frac{q}{p} + 1 \right) \csc^2 \sqrt{A} \left(-\frac{q}{2p} \right) (k_1 x + k_2 y + bA k_1 t) \right]^{\frac{p}{q}}. \quad (3.18)$$

情况 3 当 $B = -1$ 时, 式 (1.8) 可变为式 (1.6), 此时广义 ZK 方程有如下形式的解^[9]

$$u(x, y, t) = \left[\frac{bA}{a} \left(\frac{q}{2p} + 1 \right) \left(\frac{q}{p} + 1 \right) \sec^2 \sqrt{A} \frac{q}{2p} (k_1 x + k_2 y - bA k_1 t) \right]^{\frac{p}{q}}. \quad (3.19)$$

例 3 广义 Burgers 方程的解

把 $u(x, t) = u(\xi), \xi = x - Vt$ (其中 V 是待定的常数) 代入方程 (1.3) 后得

$$-Vu' + au^{q/p}u' + bu'' = 0. \quad (3.20)$$

考虑 $m \times q/p + m + q/p = m + q/p \times 2$ 可得 $m = 1$.

假设方程 (1.3) 的形式解为

$$u(\xi) = \lambda F(\xi), \lambda \neq 0. \quad (3.21)$$

用常微分方程 (1.9) (取 “+” 号形式) 来构造新解. 将 (3.21) 式和常微分方程 (1.9) 一起代入方程 (3.20) 得

$$\begin{aligned} & (-VA + bA^2)\lambda F + [-BV + aA\lambda^{q/p} + bAB(\frac{q}{p} + 2)]\lambda F^{q/p+1} \\ & + [a\lambda^{q/p}B + bB^2(\frac{q}{p} + 1)]\lambda F^{2q/p+1} = 0. \end{aligned} \quad (3.22)$$

令 $\lambda F, \lambda F^{q/p+1}, \lambda F^{2q/p+1}$ 的系数为零可得到

$$V = bA, \lambda = \left[\frac{b}{a} \left(\frac{q}{p} + 1 \right) \right]^{p/q}. \quad (3.23)$$

将式 (3.23) 和 (2.4) 式 (取 “-” 号形式) 代入 (3.21) 式可得广义 Burgers 方程的如下形式的解

$$\begin{aligned} u[x, t] &= \left[\frac{bA}{2a} \left(\frac{q}{p} + 1 \right) \left(\coth \left(-\frac{\ln B}{2} - \frac{q}{2p} A(x - bAt) \right) - 1 \right) \right]^{\frac{p}{q}}, B > 0, \\ u[x, t] &= \left[\frac{bA}{2a} \left(\frac{q}{p} + 1 \right) \left(\coth \left(\frac{\ln(-B)}{2} - \frac{q}{2p} A(x - bAt) \right) - 1 \right) \right]^{\frac{p}{q}}, B < 0. \end{aligned} \quad (3.24)$$

当 $B = -1$ 时, 方程 (1.9) 可变为方程 (1.7), 此时广义 Burgers 方程有如下形式的解^[9]

$$u[x, t] = \left[\frac{bA}{2a} \left(\frac{q}{p} + 1 \right) \left(1 + \tanh \frac{q}{2p} A(x - bAt) \right) \right]^{\frac{p}{q}}. \quad (3.25)$$

例 4 广义 KP-Burgers 方程的解

把 $u(x, y, t) = u(\xi), \xi = x + ky - Vt$ (其中 V 是待定的常数) 代入方程 (1.4) 后得

$$(\sigma^2 k^2 - V)u + \frac{p}{p+q} au^{q/p+1} + bu'' + cu' = 0. \quad (3.26)$$

考虑 $u^{q/p+1}$ 项的次数和 u'' 项的次数相等可得 $m = 2$.

假设方程 (1.4) 的形式解为

$$u(\xi) = \lambda F^2(\xi), \lambda \neq 0. \quad (3.27)$$

用常微分方程 (1.9)(取“+”号) 来构造新解. 将 (3.27) 式和常微分方程 (1.9) 一起代入方程 (3.26) 后得

$$\begin{aligned} & [(\sigma^2 k^2 - V) + 4bA^2 + 2CA]\lambda F^2 + \left[\frac{p}{p+q}\lambda^{q/p} + 2bB^2\left(\frac{q}{p} + 2\right)\right]\lambda F^{2q/p+2} \\ & + [2CB + 2bAB\left(\frac{q}{p} + 4\right)]\lambda F^{q/p+2} = 0. \end{aligned} \quad (3.28)$$

令 $\lambda F^2, \lambda F^{q/p+2}, \lambda F^{2q/p+2}$ 的系数为零可得到

$$\lambda = \left[-\frac{2b}{a}B^2\left(\frac{q}{p} + 2\right)\left(\frac{q}{p} + 1\right)\right]^{p/q}, A = -\frac{c}{b}\frac{1}{\frac{q}{p} + 4}, V = \sigma^2 k^2 - \frac{2c^2\left(\frac{q}{p} + 2\right)}{b\left(\frac{q}{p} + 4\right)^2}. \quad (3.29)$$

将 (3.29) 和 (2.4) 式(取“-”号) 代入 (3.27) 式可得广义 KP-Burgers 方程的如下形式的解

$$\begin{aligned} u[x, y, t] &= \left[-\frac{c^2}{2ab}\left(\frac{q}{p} + 2\right)\left(\frac{q}{p} + 1\right)\frac{1}{\left(\frac{q}{p} + 4\right)^2}\left(\coth\left(-\frac{\ln B}{2} + \frac{q}{2p}\frac{c}{b}\frac{1}{\frac{q}{p} + 4}\xi\right) - 1\right)^2\right]^{\frac{p}{q}}, B > 0, \\ u[x, y, t] &= \left[-\frac{c^2}{2ab}\left(\frac{q}{p} + 2\right)\left(\frac{q}{p} + 1\right)\frac{1}{\left(\frac{q}{p} + 4\right)^2}\left(\coth\left(\frac{\ln(-B)}{2} + \frac{q}{2p}\frac{c}{b}\frac{1}{\frac{q}{p} + 4}\xi\right) - 1\right)^2\right]^{\frac{p}{q}}, B < 0, \\ \xi &= x + ky - \left[\sigma^2 k^2 - \frac{2c^2\left(\frac{q}{p} + 2\right)}{b\left(\frac{q}{p} + 4\right)^2}\right]t. \end{aligned} \quad (3.30)$$

当 $B = -1$ 时, 式 (1.9) 可变为式 (1.7), 此时广义 KP-Burgers 方程有如下形式的解^[9]

$$u[x, y, t] = \left[-\frac{c^2}{2ab}\left(\frac{q}{p} + 2\right)\left(\frac{q}{p} + 1\right)\frac{1}{\left(\frac{q}{p} + 4\right)^2}\left(1 + \tanh\left(-\frac{q}{2p}\frac{c}{b}\frac{1}{\frac{q}{p} + 4}\xi\right)\right)^2\right]^{\frac{p}{q}}. \quad (3.31)$$

例 5 广义 ZK-Burgers 方程的解

把 $u(x, y, z, t) = u(\xi), \xi = k_1x + k_2y + k_3z - Vt, \sum_{i=1}^3 k_i = 1$ (其中 V 是待定的常数) 代入方程 (1.5) 后得

$$-Vu' + ak_1u^{q/p}u' + ck_1u''' + dk_1^2u'' = 0, C = (b-c)k_1^2 + c, \quad (3.32)$$

积分得

$$-Vu + \frac{p}{p+q}ak_1u^{q/p+1} + ck_1u'' + dk_1^2u' = 0, C = (b-c)k_1^2 + c. \quad (3.33)$$

假设方程 (1.5) 的形式解为

$$u(\xi) = \lambda F^2(\xi), \lambda \neq 0. \quad (3.34)$$

用常微分方程 (1.9)(取“+”号) 来构造新解. 将 (3.34) 式和常微分方程 (1.9) 一起代入方程 (3.33) 后得

$$\begin{aligned} & (4Ck_1^2A^2 + 2dk_1^2A - V)\lambda F^2 + [\frac{p}{p+q}ak_1\lambda^{q/p} + 2CB^2k_1(\frac{q}{p} + 2)]\lambda F^{2q/p+2} \\ & + [2dk_1^2B + 2Ck_1AB(\frac{q}{p} + 4)]\lambda F^{q/p+2} = 0. \end{aligned} \quad (3.35)$$

令 $\lambda F^2, \lambda F^{q/p+2}, \lambda F^{2q/p+2}$ 的系数为零可得到

$$\lambda = [-\frac{2C}{a}B^2(\frac{q}{p} + 2)(\frac{q}{p} + 1)]^{p/q}, A = -\frac{dk_1}{C}\frac{1}{\frac{q}{p} + 4}, V = -\frac{2d^2k_1^3(\frac{q}{p} + 2)}{C(\frac{q}{p} + 4)^2}. \quad (3.36)$$

将式 (3.36) 和 (2.4) 式 (取“-”号) 代入 (3.34) 式可得广义 ZK-Burgers 方程的如下形式的解

$$\begin{aligned} u[x, y, z, t] &= [-\frac{d^2k_1^2}{2aC}(\frac{q}{p} + 2)(\frac{q}{p} + 1)\frac{1}{(\frac{q}{p} + 4)^2}(\coth(-\frac{\ln B}{2} + \frac{q}{2p}\frac{dk_1}{C}\frac{1}{\frac{q}{p} + 4}\xi) - 1)^2]^{\frac{p}{q}}, B > 0, \\ u[x, y, z, t] &= [-\frac{d^2k_1^2}{2aC}(\frac{q}{p} + 2)(\frac{q}{p} + 1)\frac{1}{(\frac{q}{p} + 4)^2}(\coth(\frac{\ln(-B)}{2} + \frac{q}{2p}\frac{dk_1}{C}\frac{1}{\frac{q}{p} + 4}\xi) - 1)^2]^{\frac{p}{q}}, B < 0, \\ C &= (b - c)k_1^2 + c, \quad \xi = k_1x + k_2y + k_3z + \frac{2d^2k_1^3(\frac{q}{p} + 2)}{C(\frac{q}{p} + 4)^2}t, \quad \sum_{i=1}^3 k_i = 1. \end{aligned} \quad (3.37)$$

当 $B = -1$ 时, 式 (1.9) 可变为式 (1.7), 此时广义 ZK-Burgers 方程有如下形式的解^[9]

$$\begin{aligned} u[x, y, z, t] &= [-\frac{d^2k_1^2}{2aC}(\frac{q}{p} + 2)(\frac{q}{p} + 1)\frac{1}{(\frac{q}{p} + 4)^2}(1 + \tanh\frac{q}{2p}(-\frac{dk_1}{C}\frac{1}{\frac{q}{p} + 4}\xi))^2]^{\frac{p}{q}}, \\ C &= (b - c)k_1^2 + c, \xi = k_1x + k_2y + k_3z + \frac{2d^2k_1^3(\frac{q}{p} + 2)}{C(\frac{q}{p} + 4)^2}t, \sum_{i=1}^3 k_i = 1. \end{aligned} \quad (3.38)$$

4 结论

文献 [9] 利用辅助方程 (1.6) 和 (1.7) 得到了几种广义非线性发展方程的由 sech 函数和 tanh 函数组成的新解. 本文引进了包含辅助方程 (1.6) 和 (1.7) 的辅助方程 (1.8)–(1.10), 得到了几种广义非线性发展方程的由双曲余割函数、双曲正切函数、双曲正割函数、双曲余切函数和余割函数组成的新解.

参 考 文 献

- [1] 程雪苹, 李金玉, 薛江蓉. 耦合 KdV 方程的约化及求解 [J]. 物理学报, 2011, 60(11): 110204-1–110204-7.
- [2] 梁立为, 李兴东, 李玉霞. 修正的 F 展开法和推广的 KdV 方程新的孤波解和精确解 [J]. 物理学报, 2009, 58(4): 2159–2163.
- [3] 套格图桑, 斯仁道尔吉. BBM 方程和修正的 BBM 方程新的精确孤立波解 [J]. 物理学报, 2004, 53(12): 4052–4060.
- [4] 套格图桑, 白玉梅. 非线性发展方程的 Riemann theta 函数等几种新解 [J]. 物理学报, 2013, 62(10): 100201-1–100201-9.

- [5] 套格图桑, 斯仁道尔吉. mBBM 方程和 KdV 方程新的 Jacobi 椭圆函数周期解 [J]. 内蒙古师范大学学报 (自然科学版), 2006, 35(3): 278–281.
- [6] 套格图桑, 斯仁道尔吉. KdV 方程和 KP 方程的新的精确孤立波解 [J]. 内蒙古师范大学学报 (自然科学版), 2005, 34(2): 145–150.
- [7] Sun Y Z, Wang Z L, Wang G W, Liu X Q. Soliton solutions for generalized fifth-order KdV and BBM equations with variable coefficients[J]. Chinese J. Quantum Electronics, 2013, 30(4): 388–404.
- [8] Cheng X P, Yang Y Q, Li J Y. Solitary and periodic waves in coupled KdV equations with different linear dispersion relations[J]. Commun. Theor. Phys., 2014, 61(1): 1–6.
- [9] Wang M L, Li L X, Li E Q. Exact solitary wave solutions of nonlinear evolution equations with a positive fractional power term[J]. Commun. Theor. Phys., 2014, 61(1): 7–14.

THE NEW SOLUTIONS OF SOME KINDS OF GENERALIZED NONLINEAR EVOLUTION EQUATIONS

LI Ning, Taoetusang

(*School of Mathematical Sciences, Inner Mongol Normal University, Hohhot 010022, China*)

Abstract: In this paper, we study the problem of constructing the new solutions of the generalized KdV equation, the generalized KP-Burgers equation and some other kinds of generalized nonlinear evolution equations. By using three kinds of auxiliary equations and their new solutions, the new solutions of generalized KdV equation, generalized KP-Burgers equation and some other kinds of generalized nonlinear evolution equations are constructed. These solutions are consisting of hyperbolic cosecant function, hyperbolic tangent function, hyperbolic secant function, hyperbolic cotangent function and cosecant function.

Keywords: auxiliary equation; generalized KdV equation; generalized KP-Burgers equation

2010 MR Subject Classification: 35Q51