Vol. 36 (2016)
No. 3

数 学 杂 志
J. of Math. (PRC)

中立型脉冲发展方程解的存在性和唯一性

汪小梅 [1], 张志强 [2], 朱 华 [3]
(1. 军事经济学院基础部数理教研室, 湖北 武汉 430035)
(2. 武昌工学院信息工程学院, 湖北 武汉 430065)
(3. 湖北大学知行学院计科系数学教研室, 湖北 武汉 430010)

摘 要: 本文研究了一类非线性中立型脉冲发展方程解的存在性和唯一性的问题. 利用迭代分析方法结合半群理论的知识, 得到了其解的表达式, 并构造解的迭代序列, 同时证明了其解的存在性和唯一性. 通过研究发现其解的存在性和唯一性与脉冲时滞条件密不可分, 利用迭代分析法求解此类问题具有一定的优越性.

关键词: 脉冲; 迭代; 存在; 唯一
MR(2010) **主题分类号**: 35A01; 35A02 **中图分类号**: O175.29
文献标识码: A **文章编号**: 0255-7797(2016)03-0591-07

1 引言

中立型泛函微分方程

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[x(t)-g(t,x_t)\right]=f(t,x_t),\ t\geq 0, \tag{1.1}$$
$$x=\varphi(t),\ t\in[-r,0], \tag{1.2}$$
$$\Delta x(t_k)=I_k(x(t_k)),\ k=1,2,\cdots \tag{1.3}$$

解的存在性及稳定性已引起众多研究者的重视, 文献 [3, 4] 分别利用不动点定理和构造 Lyapunov 函数的方法得到系统 (1.1), (1.2) 解的稳定性, 文献 [5] 利用迭代分析法得到系统 (1.1), (1.2), (1.3) 解的存在性和稳定性, 文献 [6–8] 也利用迭代分析法获得了一类偏泛函微分方程平凡解的稳定性结果, 本文将这种方法成功应用到了以下非线性中立型脉冲发展方程解的存在性及唯一性的研究, 并得到了相应的结果.

考虑以下问题:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[u(t)-g(t,u_t)\right]=A[u(t)-g(t,u_t)]+f(t,u_t), \tag{1.4}$$
$$u=\varphi(t),\ t\in[-r,0], \tag{1.5}$$
$$\Delta u(t_k)=I_k(u(t_k)),\ k=1,2,\cdots, \tag{1.6}$$

其中 X 是一个 Banach 空间, A 为空间 X 上的强连续半群 $T(t)$ 的无穷小生成元, $u_t=u(t+\theta),-r\leq\theta\leq 0,C=C([-r,0],X)$, 对于 $\varphi\in C$ 取 $\|\varphi\|_C=\sup\limits_{-r\leq\theta\leq 0}\|\varphi\|_X$.

*收稿日期: 2015-03-11 接收日期: 2015-08-02
作者简介: 汪小梅 (1982–), 女, 湖北广水, 讲师, 主要研究方向: 微分方程及军事运筹.

以下为基本假设:

H_1) A 为 Banach 空间 X 上的强连续半群 $T(t)$ 的无穷小生成元, 并且存在常数 $K>0,\omega>0$ 使得对于 $t>s$, 有 $\|T(t-s)\|\le Ke^{-\omega(t-s)}$.

H_2) $f: R_+\times C\to X$ 连续, 且 $f(t,0)=0$, 存在一个对于第二个变元单调非减的函数 $F\in C(R_+\times R_+,R_+)$ 使得 $\|f(t,\varphi\|_X\le F(t,\|\varphi\|_C),(t,\varphi)\in R_+\times C$. 对于 $\varphi_1,\varphi_2\in C$, 以下的不等式成立: $\|f(t,\varphi_1)-f(t,\varphi_2)\|_X\le P(t,\|\varphi_1\|_C,\|\varphi_2\|_C)\|\varphi_1-\varphi_2\|_C$, 其中 $P(t,x,y)>0$ 是连续函数, 且关于 x,y 单调非减.

与此同时, $g(t,0)=0$, 存在一个非负函数 $L(t)\in C[-r,\infty)$, 使得不等式 $\|g(t,u_1)-g(t,u_2)\|_X\le L(t)\|u_1-u_2\|_C$ 成立.

H_3) $I_k: C([-r,\infty)\to X)$ 连续, $I_k(\varphi(0))=0,I_k(0)=0$, 存在 $q_k>0$ 使得

$$\|I_k(x_1)-I_k(x_2)\|_X\le q_k\|x_1-x_2\|_C\,,$$

其中级数 $\sum\limits_{k=1}^{\infty}q_k$ 收敛, 记 $Q=\sum\limits_{k=1}^{\infty}Kq_k$, 而且假设 $0<L(t)+Q<1$ 成立.

H_4) 存在 $h(t,\alpha)\in C([-r,\infty)\times R_+,R_+)$ 使得对于每一个确定的 $\alpha\ge 0,h(t):=h(t,\alpha)$, 以下不等式组成立

$$\begin{cases} h(t)\ge \dfrac{1}{\delta}Ke^{-\omega t}(1+L(t))\alpha+\dfrac{1}{\delta}\displaystyle\int_0^t Ke^{-\omega(t-s)}F(s,h_s)ds, & t\ge 0,\\ h(t)\ge\alpha, & t\in[-r,0], \end{cases}\tag{1.7}$$

其中 $h_t=\sup\limits_{-r\le\theta\le 0}h(t+\theta),\delta=\inf\limits_{t\in[-r,\infty)}(1-L(t)-Q)$.

定义 1.1 函数 $u(\cdot):[-r,\infty)\to X$ 称为问题 (1.4), (1.5) 的温和解, 如果 $u(t)$ 满足以下等式

$$\begin{aligned} &u(t)=T(t)[\varphi(0)-g(0,u_0)]+g(t,u_t)+\int_0^t T(t-s)f(s,u_s)ds,\ \ t\ge 0,\\ &u(t)=\varphi(t),\ \ t\in[-r,0]. \end{aligned}\tag{1.8}$$

本文以后所说的解均代表温和解.

2 主要结果

定理 2.1 函数 $u(\cdot):[-r,\infty)\to X$ 称为问题 (1.4), (1.5), (1.6) 的温和解, 如果 $u(t)$ 满足以下等式:

$$\begin{aligned} u(t)=&T(t)[\varphi(0)-g(0,u_0)]+g(t,u_t)+\int_0^t T(t-s)f(s,u_s)ds\\ &+\sum_{0<t_i<t}T(t-t_i)I_i(u(t_i)),\ \ t\ge 0,\\ u(t)=&\varphi(t),\ \ t\in[-r,0]. \end{aligned}\tag{2.1}$$

证 当 $t\in[-r,0]$ 时, 显然 $u(t)=\varphi(t)$,当 $t\in(0,t_1]$ 时, 没有脉冲作用, 易得

$$u(t)=T(t)[\varphi(0)-g(0,u_0)]+g(t,u_t)+\int_0^t T(t-s)f(s,u_s)ds,t\ge 0.$$

当 $t \in (t_1, t_2]$ 时, 取

$$u(t_1) = T(t_1)[\varphi(0) - g(0, u_0)] + g(t_1, u_{t_1}) + \int_0^{t_1} T(t_1 - s) f(s, u_s) ds + I_1(u(t_1)), \tag{2.2}$$

在区间 $t \in (t_1, t_2]$ 上考虑初值问题 (1.4), (2.2) 有

$$u(t) = T(t - t_1)[\varphi(0) - g(0, u_0)] + g(t, u_t) + \int_0^t T(t - s) f(s, u_s) ds + T(t - t_1) I_1(u(t_1)), \tag{2.3}$$

在区间 $(t_2, t_3], (t_3, t_4], \cdots$ 上重复以上的步骤很容易得到 (2.1) 式成立.

定理 2.2 若假设条件 $\mathrm{H}_1) - \mathrm{H}_4)$ 成立, 则问题 (1.4), (1.5), (1.6) 存在唯一的温和解 $u(t, \varphi) : [-r, \infty) \to X$ 且有以下不等式成立

$$\|u(t)\|_X \le h(t, \|\varphi\|_C), t \in [-r, \infty). \tag{2.4}$$

证 令 T^* 为一任意的正整数, 选取

$$\begin{cases} u^{(0)}(t) = T(t)[\varphi(0) - g(0, u_0)] + g(t, {u_t}^{(0)}), & 0 \le t \le T^*, \\ u^{(0)}(t) = \varphi(t), & t \in [-r, 0], \end{cases} \tag{2.5}$$

则对于 $t \in [-r, 0]$ 有 $\left\|u^{(0)}(t)\right\|_X \le \|\varphi(t)\|_X \le K\|\varphi\|_C \le h(t, \|\varphi\|_C)$. 对于 $0 \le t \le T^*$, 由于 $I_k(\varphi(0)) = 0, u^{(0)}(t) = \varphi(0)$, 有

$$\begin{aligned} \left\|u^{(0)}(t)\right\|_X &\le \|T(t)\| \, \|\varphi(0) - g(0, u_0)\|_X + \left\|g(t, {u_t}^{(0)}\right\|_X + \sum_{0<t_i<t} \|T(t - t_i)\| \left\|I_k(u^{(0)}(t_i))\right\|_X \\ &\le K e^{-\omega t}(\|\varphi\|_C + L(0)\|\varphi\|_C) + L(t)\left\|{u_t}^{(0)}\right\|_C + \sum_{0<t_i<t} K e^{-\omega(t - t_i)} q_k \left\|(u^{(0)}(t_i))\right\|_C. \end{aligned} \tag{2.6}$$

定义以下函数

$$\eta(t) = \sup\{\left\|u^{(0)}(s)\right\|_X : -r \le s \le t\}, 0 \le t \le T^*. \tag{2.7}$$

令 $t^* \in [-r, t]$ 使得 $\eta(t) = \left\|u^{(0)}(t^*)\right\|_X$, 则

若 $t^* \in [0, t]$, 由于 $0 < L(t) + Q < 1, \delta = \inf\limits_{t \in [-r, \infty)} (1 - L(t) - Q)$ 有 $\frac{1}{\delta} > 1$, 由 (2.6), (2.7) 式和 $\mathrm{H}_3)$ 可得

$$\begin{aligned} &\eta(t) \le K e^{-\omega t}(1 + L(t))\|\varphi\|_C + L(t)\eta(t) + Q\eta(t), \\ &\eta(t) \le \frac{1}{(1 - L(t) - Q)} K e^{-\omega t}(1 + L(t))\|\varphi\|_C \le \frac{1}{\delta} K e^{-\omega t}(1 + L(t)) \|\varphi\|_C, \end{aligned} \tag{2.8}$$

则有

$$\left\|u^{(0)}(t)\right\|_X \le \frac{1}{\delta} K e^{-\omega t}(1 + L(t))\|\varphi\|_C \le h(t, \|\varphi\|_C). \tag{2.9}$$

若 $t^* \in [-r, 0]$, 有 $\eta(t) = \|\varphi\|_C$, 同时不等式 (2.8) 和 (2.9) 成立. 因此有

$$\left\|u^{(0)}(t)\right\|_X \le h(t, \|\varphi\|_C), t \in [-r, T^*] \text{ 或 } \left\|{u_t}^{(0)}\right\|_C \le h_t, 0 \le t \le T^*.$$

定义以下的迭代格式

$$\begin{cases} u^{(k)}(t) = T(t)[\varphi(0)-g(0,\varphi(t))]+g(t,{u_t}^{(k)})+\int_0^t T(t-s)f(s,{u_s}^{(k-1)})ds \\ \qquad\qquad + \sum\limits_{0<t_i<t} T(t-t_i)I_i(u^{(k)}(t_i)),\ \ 0\le t\le T^*, \\ u^{(k)}(t)=\varphi(t),\quad t\in[-r,0], k=1,2,\cdots. \end{cases} \tag{2.10}$$

当 $k=1$ 时, 对于 $t\in[0,T^*]$, 由 (2.10) 式可得

$$\begin{aligned} \|u^{(1)}(t)\|_X \le & \|T(t)\|\,\|\varphi(0)-g(0,u_0)\|_X+\|g(t,{u_t}^{(1)}-g(t,0))\|_X \\ & +\int_0^t \|T(t-s)\|\left\|f(s,{u_s}^{(0)})\right\|_X ds+\sum_{0<t_i<t}\|T(t-t_i)\|\left\|I_i(u^{(1)}(t_i))\right\|_X \\ \le & Ke^{-\omega t}(\|\varphi\|_C+L(0)\,\|\varphi\|_C)+L(t)\left\|{u_t}^{(1)}\right\|_C+\int_0^t Ke^{-\omega(t-s)}F(s,{u_s}^{(0)})ds \\ & +\sum_{0<t_i<t}Kq_ie^{-\omega(t-t_i)}\left\|u^{(1)}(t_i)\right\|_X. \end{aligned} \tag{2.11}$$

定义 $\eta(t)=\sup\{\|u^{(1)}(s)\|_X:-r\le s\le t\}, 0\le t\le T^*$ 令 $t^*\in[-r,t]$ 使得 $\eta(t)=\|u^{(1)}(t^*)\|_X$, 则若 $t^*\in[0,t]$, 有

$$\begin{aligned} \eta(t) \ \le\ & Ke^{-\omega t}(1+L(t))\|\varphi\|_C+L(t)\eta(t)+\int_0^t Ke^{-\omega(t-s)}F(s,\left\|{u_s}^{(0)})\right\|_C ds \\ & +\sum_{0<t_i<t}Kq_ie^{-\omega(t-t_i)}\eta(t), \\ \left\|u^{(1)}(t)\right\|_X \ \le\ & \frac{1}{\delta}Ke^{-\omega t}(1+L(t))\|\varphi\|_C+\frac{1}{\delta}\int_0^t Ke^{-\omega(t-s)}F(s,\left\|{u_s}^{(0)}\right\|_C)ds\le h(t,\|\varphi\|_C). \end{aligned}$$

若 $t^*\in[-r,0]$, 有 $\eta(t)=\|\varphi\|_C$, 上述不等式显然成立. 考虑到当 $t\in[-r,0]$ 时,

$$\left\|u^{(1)}(t)\right\|_X\le\|\varphi(t)\|_X\le\|\varphi\|_C\le h(t,\|\varphi\|_C).$$

因此有 $\left\|u^{(1)}(t)\right\|_X\le h(t,\|\varphi\|_C), t\in[-r,T^*]$ 或 $\left\|{u_t}^{(1)}\right\|_C\le h_t, 0\le t\le T^*$. 假定对于任意的正整数 k 以下不等式成立

$$\left\|u^{(k)}(t)\right\|_X\le h(t,\|\varphi\|_C), t\in[-r,T^*] \text{ 或 } \left\|{u_t}^{(k)}\right\|_C\le h_t, 0\le t\le T^*, \tag{2.12}$$

则由迭代格式的首个等式, 当 $0\le t\le T^*$ 时,

$$\begin{aligned} \left\|u^{(k+1)}(t)\right\|_X \le & \|T(t)\|\|\varphi(0)-g(0,\varphi(t))\|_X+\left\|g(t,{u_t}^{(k+1)})-g(t,0)\right\|_X \\ & +\int_0^t \|T(t-s)\|\left\|f(s,{u_s}^{(k)})\right\|_X ds+\sum_{0<t_i<t}\|T(t-t_i)\|\left\|I_i(u^{(k+1)}(t_i))\right\|_X \\ \le & Ke^{-\omega t}(\|\varphi\|_C+L(0)\|\varphi\|_C)+L(t)\left\|{u_t}^{(k+1)}\right\|_C+\int_0^t Ke^{-\omega(t-s)}F(s,{u_s}^{(k)})ds \\ & +\sum_{0<t_i<t}Kq_ie^{-\omega(t-t_i)}\left\|u^{(k+1)}(t_i)\right\|_X. \end{aligned} \tag{2.13}$$

按照上述同样的方法易得

$$\left\|u^{(k+1)}(t)\right\|_X \leq \frac{1}{\delta}Ke^{-\omega t}(1+L(t))\left\|\varphi\right\|_C + \frac{1}{\delta}\int_0^t Ke^{-\omega(t-s)}F(s,h_s)ds \leq h(t,\left\|\varphi\right\|_C).$$

当 $t\in[-r,0]$ 时, $\left\|u^{(k+1)}(t)\right\|_X \leq \left\|\varphi(t)\right\|_X \leq \left\|\varphi\right\|_C \leq h(t,\left\|\varphi\right\|_C)$, 利用数学归纳法可得不等式 (2.12) 成立.

现在证明序列 $\{u^{(k)}(t)\}$ 在区间 $[0,T^*]$ 上是一致收敛的. 当 $0\leq t\leq T^*$ 时, 由 (2.5) 和 (2.10) 式,

$$\begin{aligned}\left\|u^{(1)}(t)-u^{(0)}(t)\right\|_X \leq& \left\|g(t,{u_t}^{(1)})-g(t,{u_t}^{(0)})\right\|_X + \int_0^t \left\|T(t-s)\right\| \left\|f(s,{u_s}^{(0)})-f(s,0)\right\|_X ds\\ &+\sum_{0<t_i<t}\left\|T(t-t_i)\right\|\left\|I_i(u^{(1)}(t_i))-I_i(u^{(0)}(t_i))\right\|_X\\ \leq& L(t)\left\|{u_t}^{(1)}-{u_t}^{(0)}\right\|_C + \int_0^t Ke^{-\omega(t-s)}P(s,\left\|{u_s}^{(0)}\right\|_C,0)\left\|{u_s}^{(0)}\right\|_C ds\\ &+\sum_{0<t_i<t}Kq_ie^{-\omega(t-t_i)}\left\|u^{(1)}(t_i)-u^{(0)}(t_i)\right\|_X.\end{aligned} \tag{2.14}$$

取 $\xi(t)=\sup\{\|u^{(1)}(s)-u^{(0)}(s)\|_X : -r\leq s\leq t\}, 0\leq t\leq T^*$, 令 $t^*\in[-r,t]$ 使得 $\xi(t)=\left\|u^{(1)}(t^*)-u^{(0)}(t^*)\right\|_X$, 则

若 $t^*\in[0,t]$, 对于 $t\in[0,T^*]$ 由以上不等式有

$$\xi(t)\leq L(t)\xi(t)+\int_0^t Ke^{-\omega(t-s)}P(s,\left\|{u_s}^{(0)}\right\|_C,0)\left\|{u_s}^{(0)}\right\|_C ds + Q\xi(t),$$

继而有

$$\begin{aligned}\left\|u^{(1)}(t)-u^{(0)}(t)\right\|_X &\leq \frac{1}{\delta}\int_0^t Ke^{-\omega(t-s)}P(s,\left\|{u_s}^{(0)}\right\|_C,0)\left\|{u_s}^{(0)}\right\|_C ds\\ &\leq \frac{1}{\delta}\int_0^t Ke^{-\omega(t-s)}P(s,h_s,h_s)h_s ds.\end{aligned} \tag{2.15}$$

若 $t^*\in[-r,0]$, 有 $\eta(t)=0$, 上述不等式 (2.15) 显然成立. 又因为 h_t, $P(t,h_t,h_t)$ 均是连续函数, 因此对于 $t^*\in[0,T^*]$, 存在常数 $M>0, N>0$ 有 $h_t\leq N$, $\frac{1}{\delta}KP(t,h_t,h_t)\leq M$. 结合不等式 (2.15) 有 $\left\|u^{(1)}(t)-u_t^{(0)}\right\|_X\leq MNt$, 显然也有

$$\begin{aligned}&\left\|u_t^{(1)}-u_t^{(0)}\right\|_C\leq MNt,\\ &\left\|u^{(2)}(t)-u_t^{(1)}\right\|_X\leq\frac{1}{\delta}\int_0^t Ke^{-\omega(t-s)}P\left(s,\left\|u_s^{(1)}\right\|_C,\left\|u_s^{(0)}\right\|_C\right)\left\|u_s^{(1)}-u_s^{(0)}\right\|_C \mathrm{d}s\\ &\qquad\leq N\frac{M^2t^2}{2}\leq N\frac{M^2{T^*}^2}{2!}.\end{aligned} \tag{2.16}$$

同理有 $\left\|u_t^{(2)}-u_t^{(1)}\right\|_C\leq N\frac{M^2{T^*}^2}{2!}$.

按照以上步骤, 可以由数学归纳法易得以下不等式成立

$$\left\|u^{(k)}(t)-u^{(k-1)}(t)\right\|_X \le N\frac{M^kT^{*k}}{k!},\ \ \left\|u_t^{(k)}-u_t^{(k-1)}\right\|_C \le N\frac{M^kT^{*k}}{k!}.$$

综上所述, 函数序列 $\left\{u^{(k)}(t)\right\}$ 在区间 $[0,T^*]$ 上一致收敛, 设其极限为 $u(t)$, 即 $\lim\limits_{k\to\infty}u^{(k)}(t)=u(t)$, 显然 $u(t)$ 是问题 (1.4), (1.5), (1.6) 的温和解.

现证明 $u(t)$ 是唯一的. 假设 $v(t)$ 是问题 (1.4), (1.5), (1.6) 的另外一解且 $\|v_t\|_C \le h_t$, 则

$$\begin{aligned} v(t)=&T(t)[\varphi(0)-g(0,v_0)]+g(t,v_t)+\int_0^t T(t-s)f(s,v_s)ds \\ &+\sum_{0<t_i<t}T(t-t_i)I_i(v(t_i)),\ \ t\ge 0, \\ v(t)=&\varphi(t),\ \ t\in[-r,0]. \end{aligned} \tag{2.17}$$

当 $0\le t\le T^*$ 时, 由 (2.5) 和 (2.10) 式可得

$$\begin{aligned} \|u(t)-v(t)\|_X \le& \|g(t,u_t)-g(t,v_t)\|_X+\int_0^t\|T(t-s)\|\,\|f(s,u_s)-f(s,v_s)\|_X\,ds \\ &+\sum_{0<t_i<t}\|T(t-t_i)\|\,\|I_i(u(t_i))-I_i(v(t_i))\|_X \\ \le& L(t)\|u_t-v_t\|_C+\int_0^t Ke^{-\omega(t-s)}P(s,\|u_s\|_C,\|v_s\|_C)\,\|u_s-v_s\|_C\,ds \\ &+\sum_{0<t_i<t}Kq_ie^{-\omega(t-t_i)}\|u(t_i)-v(t_i)\|_C\,. \end{aligned} \tag{2.18}$$

取 $\zeta(t)=\sup\{\|u(s)-v(s)\|_C:-r\le s\le t\},0\le t\le T^*$, 则对任意小的常数 $\varepsilon>0$, 有

$$\zeta(t)\le\frac{1}{\delta}\int_0^t Ke^{-\omega(t-s)}P(s,\|u_s\|_C,\|v_s\|_C)\zeta(s)ds\le M\int_0^t\zeta(s)ds+\varepsilon.$$

利用 Gronwall 不等式可得 $\zeta(t)\le\varepsilon e^{Mt}\le\varepsilon e^{MT^*}$, $\|u(t)-v(t)\|_X\le\varepsilon e^{MT^*}$, 易得 $u(t)\equiv v(t)$. 由此可得定理 2.2 的证明.

3 结束语

本文利用迭代分析法, 研究了一类中立型脉冲发展方程解的问题, 通过解的表达式构造其解的迭代序列, 证明迭代序列一致收敛于所研究的中立型脉冲发展方程的解, 然后证明其解的唯一性并同时得到了其估计范围. 通过研究发现脉冲时滞发展方程的解的表达式及存在性和唯一性与所给的脉冲和时滞条件密不可分. 而且不难看出利用迭代分析法来研究此类问题具有一定的可行性与优越性, 因为迭代分析法不仅在微分方程解的存在性和唯一性方面有非常重要的应用, 在稳定性分析、数值分析等等方面也具有非常广泛的应用.

参 考 文 献

[1] 廖晓昕. 稳定性的数学理论及其应用 [M]. 武汉: 华中师范大学出版社, 2001.

[2] 郑祖庥. 泛函微分方程 [M]. 合肥: 安徽教育出版社, 1994.

[3] Arino O, Benkhalti R, Ezzinbi K. Existence results for initial value problems for neutral functional differential equations[J]. J. Diff. Equ., 1997, 138(2): 188–193.

[4] Wu Huachen, Zhi Hongguan. Uniform asymptotic stability for perturbed neutral delay differential equations[J]. J. Math. Anal. Appl., 2004, 291(3): 578–595.

[5] 王军霞, 李连兵. 中立型脉冲微分方程解的存在性及稳定性 [J]. 信阳师范学院学报 (自然科学版), 2010, 23(4): 488–491.

[6] He Mengxing, Liu Anping, Ou Zhuoling. Stability for large systems of partial functional differential equations: iterative analysis method[J]. Appl. Math. Comput., 2002, 132(2): 489–503.

[7] He Mengxing. Global existence and stability of solutions for reaction diffusion functional differential equations[J]. J. Math. Anal. Appl., 1996, 199(2): 842–858.

[8] He Mengxing, Luo Ronggui. Asymptotic behavior and convergence of Solutions of a semilinear transport equation with delay[J]. J. Math. Anal. Appl., 2001, 254(1): 464–483.

[9] He Lianhua, Liu Anping. Periodic solutions of first-order impulsive differential equation[J]. J. Math., 2012, 32(5): 825–831.

[10] Tang Xiaoping, Li Jingyun, Gao Wenjie. Existence of positive periodic solutions of an impulsive holling-II predator-prey system with time delay[J]. J. Math., 2009, 29(6): 761–768.

THE EXISTENCE AND UNIQUENESS OF THE SOLUTION FOR NEUTRAL IMPULSIVE EVOLUTION EQUATIONS

WANG Xiao-mei[1], ZHANG Zhi-qiang[2], ZHU Hua[3]

(*1.Department of Mathematics and Physics, Military Economics Academy, Wuhan 430035, China*)

(*2.College of Information Engineering, Wuchang Institute of Technology, Wuhan 430065, China*)

(*3.Department of Basic Sciences, Zhixing College, HuBei University, Wuhan 430010, China*)

Abstract: In this paper, the existence and uniqueness of solutions are obtained. By studying the structure of iterative sequence of solutions to a class of nonlinear impulsive evolution equations with iterative analysis method and semigroup theorem, we show that the existence and uniqueness of solutions are inseparable linked with impulsive delay condition. It has certain superiority to solve such problems with iterative analysis.

Keywords: impulsive; iterative; existence; uniqueness

2010 MR Subject Classification: 35A01; 35A02