Vol. 35 (2015)
No. 4

数 学 杂 志
J. of Math. (PRC)

复射影空间中具有常数量曲率的完备全实子流形

刘 敏

(安徽师范大学数学计算机科学学院, 安徽 芜湖 241000)

摘 要: 本文研究了复射影空间中具有常数量曲率的完备全实子流形的问题. 利用丘成桐的广义极大值原理和自伴随算子, 获得了这类子流形的某些内蕴刚性定理.

关 键 词: 复射影空间; 完备; 数量曲率; 全脐

MR(2010) **主题分类号**: 53C42 **中 图 分 类 号**: O186.12

文 献 标 识 码: A **文 章 编 号**: 0255-7797(2015)04-0898-07

1 引言

设 CP^{n+p} 是具有 Fubini-Study 度量的复 $n+p$ 维复射影空间, 全纯截面曲率为常数 4. 设 J 为 CP^{n+p} 的复结构, M^n 为 CP^{n+p} 的实 n 维子流形. 如果 M^n 上每点切空间被 J 变换到自身, 则称 M^n 是 CP^{n+p} 的全纯子流形. 与此相反, 若 M^n 上每点的切空间被 J 变换到该点法空间, 则称 M^n 为 CP^{n+p} 的全实子流形.

关于具有常数量曲率子流形, Cheng 和 Yau 最早研究了空间形式中的常数量曲率超曲面 (见文献 [1]), 引入了一个自共轭的二阶椭圆算子, 这个算子现在仍是我们研究具有常数量曲率子流形的重要工具. 本文研究复射影空间中常数量曲率的完备全实子流形, 得到了

定理 设 M^n 是 CP^{n+p} 中具有常数量曲率 $(R \geq 1)$ 的完备全实子流形则

1) 当 $p=1$ 或 $p \leq 2, n \geq 3$ 或 $p \geq 3, n > 7$ 时, 若 $\sup S \leq 2\sqrt{n-1}$, 则 M^n 是 CP^{n+p} 中的全脐子流形.

2) 当 $p \geq 3, 3 < n \leq 7$ 时, 若 $\sup S \leq \frac{2}{3}n$, 则 M^n 是 CP^{n+p} 中的全脐子流形.

其中 S 为第二基本形式模长平方.

2 准备工作

设 M^n 是 CP^{n+p} 中实 n 维全实子流形, J 为 CP^{n+p} 的复结构. 在 CP^{n+p} 上选取局部规范正交标架场

$$e_1, \cdots, e_n, e_{n+1}, \cdots, e_{n+p}, e_{1*} = Je_1, \cdots, e_{n^*} = Je_n, e_{(n+1)^*} = Je_{n+1}, \cdots, e_{(n+p)^*} = Je_{n+p}$$

使得限制于 $M^n, \{e_1, \cdots, e_n\}$ 与 M^n 相切, 约定各类指标的取值范围

$$A, B, C, \cdots = 1, \cdots, n+p, 1^*, \cdots, (n+p)^*; i, j, k, \cdots = 1, \cdots, n;$$
$$\alpha, \beta, \gamma, \cdots = n+1, \cdots, n+p, 1^*, \cdots, (n+p)^*;$$
$$\lambda, \mu \cdots = n+1, \cdots, n+p.$$

*收稿日期: 2013-04-11 接收日期: 2013-11-20

基金项目: 安徽省高等学校自然科学研究项目基金 (KJ2011Z149).

作者简介: 刘敏 (1980 –), 女, 安徽芜湖, 讲师, 主要研究方向: 微分几何.

以 $\{\omega_A\}$ 表示 $\{e_A\}$ 的对偶标架场, 则 CP^{n+p} 的结构方程为

$$d\omega_A = -\sum_B \omega_{AB} \wedge \omega_B, \tag{2.1}$$

$$d\omega_{AB} = -\sum_C \omega_{AC} \wedge \omega_{CB} + \frac{1}{2}\sum_{CD} K_{ABCD}\omega_C \wedge \omega_D, \tag{2.2}$$

其中

$$\omega_{ij} = \omega_{i^*j^*}, \omega_{i^*j} = \omega_{j^*i}, \omega_{\lambda\mu} = \omega_{\lambda^*\mu^*};$$

$$\omega_{\lambda^*\mu} = \omega_{\mu^*\lambda}, \omega_{i\mu} = \omega_{i^*\mu^*}, \omega_{i^*\lambda} = \omega_{\lambda^*i}; \tag{2.3}$$

$$K_{ABCD} = \delta_{AC}\delta_{BD} - \delta_{AD}\delta_{BC} + J_{AC}J_{BD} - J_{AD}J_{BC} + 2J_{AB}J_{CD}, \tag{2.4}$$

这里 (J_{AB}) 为线性变换 J 关于 $\{e_A\}$ 的变换矩阵, 即

$$J_{AB} = \begin{pmatrix} 0 & I_{n+p} \\ -I_{n+p} & 0 \end{pmatrix}, \tag{2.5}$$

其中 I_{n+p} 为 $n+p$ 阶单位矩阵.

将上述形式限制在 M 上, 则有

$$\omega_\alpha = 0, \omega_{\alpha i} = \sum_j h_{ij}^\alpha \omega_j, \tag{2.6}$$

$$h = \sum_{\alpha,i,j} h_{ij}^\alpha \omega_i \otimes \omega_j \otimes e_\alpha, h_{jk}^{i^*} = h_{ik}^{j^*} = h_{ij}^{k^*}, \tag{2.7}$$

$$\begin{cases} d\omega_i = -\sum\limits_j \omega_{ij} \wedge \omega_j, \\ d\omega_{ij} = -\sum\limits_k \omega_{ik} \wedge \omega_{kj} + \frac{1}{2}\sum\limits_{kl} R_{ijkl}\omega_k \wedge \omega_l, \end{cases} \tag{2.8}$$

$$R_{ijkl} = K_{ijkl} + \sum_\alpha (h_{ik}^\alpha h_{jl}^\alpha - h_{il}^\alpha h_{jk}^\alpha), \tag{2.9}$$

$$d\omega_{\alpha\beta} = -\sum_\gamma \omega_{\alpha\gamma} \wedge \omega_{\gamma\beta} + \frac{1}{2}\sum_{kl} R_{\alpha\beta kl}\omega_k \wedge \omega_l, \tag{2.10}$$

$$R_{\alpha\beta ij} = K_{\alpha\beta ij} + \sum_k (h_{ik}^\alpha h_{kj}^\beta - h_{jk}^\alpha h_{ki}^\beta), \tag{2.11}$$

其中 $R_{ijkl}, R_{\alpha\beta ij}$ 分别是 M^n 的 Riemann 曲率张量场和法曲率张量场关于 $\{e_A\}$ 的分量. 进一步, M^n 的平均曲率向量场 ξ, 平均曲率 H, 第二基本形式模长平方 S 及标准化数量曲率 R 可表示为

$$\xi = \frac{1}{n}\sum_\alpha (\sum_i h_{ii}^\alpha) e_\alpha, H = \| \xi \|^2, S = \| h \|^2, \tag{2.12}$$

$$n(n-1)R = n(n-1) + n^2H^2 - S. \tag{2.13}$$

用 h_{ijk}^{α} 及 h_{ijkl}^{α} 表示 h_{ij}^{α} 的共变导数, 则

$$h_{ijk}^{\alpha} - h_{ikj}^{\alpha} = -K_{\alpha ijk} = 0, \tag{2.14}$$

$$h_{ijkl}^{\alpha} - h_{ijlk}^{\alpha} = \sum_m (h_{im}^{\alpha} R_{mjkl} + h_{mj}^{\alpha} R_{mikl}) - \sum_{\beta} h_{ij}^{\beta} R_{\alpha\beta kl}, \tag{2.15}$$

由 (2.14), (2.15) 式, 且记 h_{ij}^{α} 的 Laplacian 为 $\triangle h_{ij}^{\alpha}$, 则

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\Delta S &= \sum_{i,j,k,\alpha} (h_{ijk}^{\alpha})^2 + \sum_{i,j,k,\alpha} h_{ij}^{\alpha} h_{kkij}^{\alpha} + nS - n^2H^2 + 2\sum_{\alpha,\beta>n+1} [\mathrm{tr}(A_\alpha A_\beta)^2 - \mathrm{tr}(A_\alpha^2 A_\beta^2)] \\ &\quad - \sum_{\alpha,\beta>n+1} [\mathrm{tr}A_\alpha A_\beta]^2 - \sum_{\alpha>n+1} [\mathrm{tr}A_\alpha A_{n+1}]^2 - \sum_\beta [\mathrm{tr}A_{n+1}A_\beta]^2 + 2\sum_\beta [\mathrm{tr}(A_{n+1}A_\beta)^2 \\ &\quad - A_{n+1}^2 A_\beta^2)] + \sum_{\alpha,\beta} (\mathrm{tr}{A_\alpha}^2 A_\beta) \cdot \mathrm{tr}A_\beta + \sum_m \mathrm{tr}A_{m^*}^2. \end{aligned} \tag{2.16}$$

可选取 $e_{n+1} = \frac{\xi}{H}$[2], 此时 (2.16) 式变为

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\Delta S &= \sum_{i,j,k,\alpha} (h_{ijk}^{\alpha})^2 + \sum_{i,j} h_{ij}^{n+1} (nH)_{ij} + nS - n^2H^2 + 2\sum_{\alpha,\beta>n+1} [\mathrm{tr}(A_\alpha A_\beta)^2 - \mathrm{tr}(A_\alpha^2 A_\beta^2)] \\ &\quad - \sum_{\alpha,\beta>n+1} [\mathrm{tr}A_\alpha A_\beta]^2 - \sum_{\alpha>n+1} [\mathrm{tr}A_\alpha A_{n+1}]^2 - \sum_\beta [\mathrm{tr}A_{n+1}A_\beta]^2 + 2\sum_\beta [\mathrm{tr}(A_{n+1}A_\beta)^2 \\ &\quad - \mathrm{tr}A_{n+1}^2 A_\beta^2)] + nH \sum_{\alpha>n+1} (\mathrm{tr}{A_\alpha}^2 A_{n+1}) + nH \mathrm{tr}(A_{n+1}^3) + \sum_m \mathrm{tr}A_{m^*}^2. \end{aligned} \tag{2.17}$$

另外, 我们需要下面的引理

引理 1[3] 设 $a_1, a_2, \cdots, a_n, b_1, \cdots, b_n (n \geq 2)$ 是实数, 且 $\sum\limits_i a_i = 0$, 则

$$\sum_{i,j} b_i b_j (a_i - a_j)^2 \geq -\frac{n}{\sqrt{n-1}} (\sum_i a_i^2)(\sum_i b_i^2).$$

引理 2[4] 设 $a_1, a_2, \cdots, a_n (n \geq 2)$ 是实数, 且满足 $\sum\limits_i a_i = 0$. 则有

$$|\sum_i a_i^3| \leq \frac{n-2}{\sqrt{n(n-1)}} (\sum_i a_i^2)^{\frac{3}{2}}$$

且等号成立当且仅当至少有 $n-1$ 个 a_i 相等.

引理 3[5–6] 设 M 是 Ricci 曲率有下界的完备黎曼流形, 若 F 是 M 上 C^∞ 有上界的函数, 则 $\forall \varepsilon > 0, \exists x \in M$ 使得

$$\sup F - \varepsilon < F(x), \|\mathrm{grad} F\| < \varepsilon, \Delta F(x) < \varepsilon. \tag{2.18}$$

3 定理证明

定理证明还需要下面的引理.

引理 4 设 M 是 CP^{n+p} 中具有常数量曲率的完备子流形, 若 S 有上界, 且 $F=-(f^2+a)^{-\frac{1}{2}}$, 这里 $a\in R, f=\sqrt{nH}$ 是 M 上的 C^2 非负函数, 则对任意收敛序列 $\{\varepsilon_m\}$ 满足 $\varepsilon_m>0, \varepsilon_m\to 0(m\to 0)$, 存在点列 $\{x_m\}$使得

$$\lim_{m\to\infty}\sup\triangle(nH)(x_m)\le 0, F_0:=\lim_{m\to\infty}F(x_m)=\sup F, f_0:=\lim_{m\to\infty}f(x_m)=\sup f.$$

证 通过直接计算

$$F\triangle F=3\|\mathrm{grad}F\|^2-\frac{1}{2}F^4\Delta f^2. \tag{3.1}$$

由 S 有上界及 R 为常数知 F 有上界. 由 Gauss 方程知 M 的 Ricci 曲率有下界. 由引理 3 及 (3.1) 式我们有

$$\frac{1}{2}F^4(x)\Delta f^2(x)=3\|\mathrm{grad}F\|^2(x)-F(x)\Delta F(x)<3\varepsilon^2-\varepsilon F(x). \tag{3.2}$$

这样对任意收敛序列 $\{\varepsilon_m\}$ 满足 $\varepsilon_m>0, \varepsilon_m\to 0(m\to 0)$, 存在点列 $\{\tilde{x_m}\}$ 使得 (2.18) 式成立. 因此 $\varepsilon_m(3\varepsilon-F(\tilde{x_m}))\to 0(m\to 0)$.

另一方面, 由 (2.18) 式知 $F(\tilde{x_m})>\sup F-\varepsilon_m$. 又 F 有上界, 可选 $\{\tilde{x_m}\}$ 的子列记作 $\{x_m\}$ 使得 $F(x_m)\to F_0(m\to\infty)$ 并且 (2.18) 式成立. 由上确界的定义及 (2.18) 式知 $F_0=\sup F$ 且由 F 的定义知 $f(x_m)\to f_0=\sup f(m\to\infty)$, 由 (3.2) 式有

$$3\varepsilon_m^2-F(x_m)\varepsilon_m>\frac{1}{2}F^4(x_m)\Delta f^2(x_m)=\frac{1}{2}F^4(x_m)\Delta(nH)(x_m),$$

即 $\lim\limits_{m\to\infty}\sup\triangle(nH)(x_m)\le 0$.

现在证明定理.

令 $u_i=h_{ii}^{n+1}-H$, 于是 $\sum\limits_i u_i=0, \sum\limits_i u_i^2=\mathrm{tr}A_{n+1}^2-nH^2\triangleq\left|z\right|^2$.

由引理 2, 有

$$\begin{aligned}
nH\mathrm{tr}(A_{n+1}^3) &= nH\sum_i(h_{ii}^{n+1})^3\\
&= 3nH^2\cdot|z|^2+n^2H^4+nH\cdot\sum_i u_i^3\\
&\ge 3nH^2\cdot|z|^2+n^2H^4-\frac{n(n-2)}{\sqrt{n(n-1)}}H\cdot|z|^3\\
&= |z|^2(nH^2-\frac{n(n-2)}{\sqrt{n(n-1)}}H\cdot|z|-|z|^2)+(\mathrm{tr}A_{n+1}^2)^2,
\end{aligned} \tag{3.3}$$

考虑以 $\pm\frac{n}{2\sqrt{n-1}}$ 为特征值的二次型

$$F(x,y)=x^2-\frac{n-2}{\sqrt{n-1}}xy-y^2$$

作正交变换

$$\begin{cases}u=\frac{1}{\sqrt{2n}}\left[(1+\sqrt{n-1})x+(1-\sqrt{n-1})y\right],\\ v=\frac{1}{\sqrt{2n}}\left[(\sqrt{n-1}-1)x+(\sqrt{n-1}+1)y\right],\end{cases} \tag{3.4}$$

$$F(x,y)=\frac{n}{2\sqrt{n-1}}(u^2-v^2).$$

令 $x=\sqrt{n}H, y=\big|z\big|$, 则 $x^2+y^2=\mathrm{tr}A_{n+1}^2$ 且 (3.4) 式是正交变换, 于是从 $x^2+y^2=u^2+v^2=\mathrm{tr}A_{n+1}^2$ 得

$$\begin{aligned} & nH^2-\frac{n(n-2)}{\sqrt{n(n-1)}}H\cdot\big|z\big|-\big|z\big|^2=x^2-\frac{n-2}{\sqrt{n-1}}xy-y^2 \\ = & \frac{n}{2\sqrt{n-1}}(u^2-v^2)=\frac{n}{2\sqrt{n-1}}(2u^2-\ \mathrm{tr}A_{n+1}^2) \\ \geq & -\frac{n}{2\sqrt{n-1}}\mathrm{tr}A_{n+1}^2, \end{aligned}\tag{3.5}$$

又

$$\sum_{\beta}[\mathrm{tr}(A_{n+1}A_\beta)]^2=\sum_{\beta>n+1}(\sum_{i,j}(h_{ij}^{n+1}-H\delta_{ij})h_{ij}^{\beta})^2\leq\big|z\big|^2\cdot S,\tag{3.6}$$

由 (2.13) 式及引理 1 知

$$\begin{aligned} nH\mathrm{tr}(A_\alpha^2A_{n+1})-[\ \mathrm{tr}(A_\alpha A_{n+1})]^2 &= \frac{1}{2}\sum_{i,j}h_{ii}^{n+1}h_{jj}^{n+1}(h_{ii}^{\alpha}-h_{jj}^{\alpha})^2 \\ &\geq -\frac{n}{2\sqrt{n-1}}\ \mathrm{tr}A_\alpha^2\ \mathrm{tr}A_{n+1}^2\quad(\alpha>n+1). \end{aligned}$$

故

$$nH\sum_{\alpha>n+1}\ \mathrm{tr}(A_\alpha^2A_{n+1})-\sum_{\alpha>n+1}[\ \mathrm{tr}(A_\alpha A_{n+1})]^2\geq-\frac{n}{2\sqrt{n-1}}trA_{n+1}^2\sum_{\alpha>n+1}\ \mathrm{tr}A_\alpha^2,\tag{3.7}$$

再由文献 [7] 及简单计算有

$$\begin{aligned} & -2\sum_{\alpha,\beta>n+1}\left[\ \mathrm{tr}(A_\alpha^2A_\beta^2)-\ \mathrm{tr}(A_\alpha A_\beta)^2\right]-\sum_{\alpha,\beta>n+1}[\ \mathrm{tr}(A_\alpha A_\beta)]^2 \\ \geq & -\left[1+\frac{1}{2}\mathrm{sgn}(p-2)\right]\left(\sum_{\alpha>n+1}\ \mathrm{tr}A_\alpha^2\right)^2, \end{aligned}\tag{3.8}$$

对 $\omega_{n+1\alpha}=0$ 外微分, 注意到 $K_{n+1\alpha ij}=0$,

$$\begin{aligned} 0 &= d\omega_{n+1\alpha}=\sum_i\omega_{n+1i}\wedge\omega_{i\alpha}+\sum_\beta\omega_{n+1\beta}\wedge\omega_{\beta\alpha} \\ &= -\sum_{i,j,k}h_{ij}^{n+1}h_{ik}^{\alpha}\omega_j\wedge\omega_k=\sum_{j<k}\sum_i(h_{ij}^{n+1}h_{ik}^{\alpha}-h_{ik}^{n+1}h_{ij}^{\alpha})\omega_j\wedge\omega_k, \end{aligned}$$

从而

$$H_{n+1}H_\alpha=H_\alpha H_{n+1},\tag{3.9}$$

于是对于任意 $\alpha, H_\alpha, H_{n+1}$ 可同时对角化, 由 (2.17), (3.3)–(3.9) 式有

$$\frac{1}{2}\Delta S\geq\sum_{i,j,k,\alpha}(h_{ijk}^{\alpha})^2+\sum_{i,j}h_{ij}^{n+1}(nH)_{ij}+nS-n^2H^2-|z|^2\frac{n}{2\sqrt{n-1}}S-MS\sum_{\alpha>n+1}\mathrm{tr}A_\alpha^2.\tag{3.10}$$

其中 $M=\max\left\{1+\frac{1}{2}\mathrm{sgn}(p-2),\frac{n}{2\sqrt{n-1}}\right\}$.

定义 M^n 上的对称张量场 $T=\sum\limits_{i,j}T_{ij}w_i\otimes w_j$ 如下

$$T_{ij}=nH\delta_{ij}-h_{ij}^{n+1}.$$

我们引入一个与 T 有关的算子 $\Box$, 它作用在函数 $f\in C^2(M^n)$ 上为

$$\Box f=\sum_{i,j}T_{ij}f_{ij}=nH\triangle f-\sum_{i,j}h_{ij}^{n+1}f_{ij}.$$

由于 R 是常数, 应用自伴算子 $\Box$ 到 nH 并利用 (2.13) 式有

$$\begin{aligned}\Box(nH)&=\sum_{i,j}(nH\delta_{ij}-h_{ij}^{n+1})(nH)_{ij}=\frac{1}{2}\Delta(nH)^2-\|\mathrm{grad}(nH)\|^2-\sum_{i,j}h_{ij}^{n+1}(nH)_{ij}\\&=\frac{1}{2}\Delta S-\|\mathrm{grad}(nH)\|^2-\sum_{i,j}h_{ij}^{n+1}(nH)_{ij}.\end{aligned}\tag{3.11}$$

由 R(R$\geq$ 1) 是常数, 利用 (2.13) 式有 $nH\nabla_k(nH)=\sum\limits_{i,j,\alpha}h_{ij}^{\alpha}h_{ijk}^{\alpha}$, 利用施瓦兹不等式有

$$\begin{aligned}n^2H^2\|\mathrm{grad}(nH)\|^2&=\sum_k(\sum_{i,j,\alpha}h_{ij}^{\alpha}h_{ijk}^{\alpha})^2\leq(\sum_{i,j,\alpha}(h_{ij}^{\alpha})^2)(\sum_k\sum_{i,j,\alpha}(h_{ijk}^{\alpha})^2)\\&=S\sum_k\sum_{i,j,\alpha}(h_{ijk}^{\alpha})^2\leq n^2H^2\sum_{i,j,k,\alpha}(h_{ijk}^{\alpha})^2,\end{aligned}\tag{3.12}$$

将 (3.10), (3.12) 式代入 (3.11) 式得

$$\Box(nH)\geq n(S-nH^2)-|z|^2\frac{n}{2\sqrt{n-1}}S-MS\sum_{\alpha>n+1}\mathrm{tr}A_{\alpha}^2.\tag{3.13}$$

另一方面

$$\Box(nH)=\sum_i(nH-h_{ii}^{n+1})(nH)_{ii}\leq(nH_{\max}-\lambda)\Delta(nH),\tag{3.14}$$

其中 $H_{\max}$ 是平均曲率 H 的最大值，λ 是主曲率 $\{\lambda_i\}_{i=1}^{n+p}$ 的最小值.

由 (2.13) 式和引理 3, 取一收敛序列 $\{\varepsilon_m\}$ 满足 $\varepsilon_m>0,\varepsilon_m\to0(m\to\infty)$, 存在点列 $\{x_m\}$ 使得 $H(x_m)\to\sup H(m\to\infty)$, 由 (2.13) 式知 $S(x_m)\to\sup S(m\to\infty)$.

下面分两种情况讨论

(1) 当 $p=1$ 或 $p\leq2,n\geq3$ 或 $p\geq3,n>7$ 时, 此时 $M=\frac{n}{2\sqrt{n-1}}$, 则由引理 4, (3.13), (3.14) 式得

$$\sup(S-nH^2)(n-\frac{n}{2\sqrt{n-1}}\sup S)\leq0.\tag{3.15}$$

若 $\sup S<2\sqrt{n-1}$, 则由 (3.15) 式知 $S=nH^2$, 即 M 是 CP^{n+p} 中全脐子流形.

(2) 当 $p\geq3,n<3\leq7$ 时, $M=\frac{3}{2}$, 此时由引理 4, (3.13), (3.14) 式得

$$\sup(S-nH^2)(n-\frac{3}{2}\sup S)\leq0.\tag{3.16}$$

若 $\sup S<\frac{2}{3}n$, 则由 (3.16) 式知 $S=nH^2$, 即 M 是 CP^{n+p} 中全脐子流形.

参 考 文 献

[1] Cheng S Y, Yau S T. Hypersurfaces with constant scalar curvature [J]. Math. Ann., 1977, 225: 195–204.

[2] Zhang L. On totally real pseudo-umbilical submanifolds in a complex projective space [J]. Journal of Math. Research & Exposition, 2008, 2: 421–428.

[3] Zhang J F. An rigidity theorem for submanifolds in S^{n+p} with constant scalar curvature [J]. Zhejiang Univ. (Sci.), 2005, 6A(4): 322–328.

[4] Okumua M. Hypersurfaces and a pinching problem on the second fundamental tensor [J]. Amer. J. Math., 1974, 96: 207–213.

[5] Yau S T. Harmonic function on complete Riemannian manifolds [J]. Comm. Pure. Appl. Math., 1975, 28: 201–228.

[6] Chen Q, Xin Y L. A generalized maximum principle and its applications in geometry [J]. Amer. J. Math., 1992, 114: 355–366.

[7] Li A M, Li J M. An intrinsic rigidity theorem for minimal Submanifolds in sphere [J]. Arch. Math., 1992, 58: 582–594.

[8] 宋卫东, 刘敏. 关于局部对称共形平坦空间中具有常数量曲率的子流形 [J]. 数学物理学报, 2010, 30: 1102–1110.

ON COMPLETE TOTALLY REAL SUBMANIFOLDS WITH CONSTANT SCALAR CARVATURE IN THE COMPLEX PROJECTIVE SPACE

LIU Min

(*College of Mathematics and Computer science, Anhui Normal University, Wuhu 241000, China*)

Abstract: In this paper, the authors study the complete totally real submanifolds with constant scalar curvture in the complex projective space. By making use of the generalized maximal principle and self-adjoint differential operator of Yau, we obtain some intrinsic rigidity theorems.

Keywords: complex projective space; complete; scalar curvature; totally umbilical

2010 MR Subject Classification: 53C42