Vol. 34 (2014)
No. 6

数 学 杂 志
J. of Math. (PRC)

矩阵方程 $AXB+CYD=E$ 的三对角中心对称极小范数最小二乘解

彭雪梅 [1]，张爱华 [2]，张志强 [3]

(1. 武汉东湖学院基础课部, 湖北 武汉 430212)
(2. 军事经济学院基础部, 湖北 武汉 430035)
(3. 武昌工学院信息工程学院, 湖北 武汉 430065)

摘 要: 本文研究了矩阵方程 $AXB+CYD=E$ 的三对角中心对称极小范数最小二乘解问题. 利用矩阵的 Kronecker 积和 Moore-Penrose 广义逆方法, 得到了矩阵方程 $AXB+CYD=E$ 的三对角中心对称极小范数最小二乘解的表达式.

关键词: 三对角中心对称矩阵; 极小范数解; 最小二乘解; Moore-Penrose 广义逆; Kronecker 积
MR(2010) **主题分类号**: 15A24 **中图分类号**: O241.6
文献标识码: A **文章编号**: 0255-7797(2014)06-1163-07

1 引言

矩阵方程的最小二乘解是数值代数和矩阵分析领域中的重要研究课题, 在工程学、生物学、理论物理学、固体力学、自动控制等领域都有着广泛的应用. 关于这方面的研究成果十分丰富. 例如文 [1–2]. 关于矩阵方程

$$AXB+CYD=E \tag{1.1}$$

的解和最小二乘解的研究也取得了不少进展. 例如文 [3–4], 其方法用的是奇异值分解和广义奇异值分解. 2007 年, 文 [5] 利用矩阵的 Kronecker 积和矩阵的拉直算子及矩阵的 Moore-Penrose 广义逆研究了矩阵方程 (1.1) 的对称极小范数最小二乘解.

然而, 根据不同实际问题的需要, 同一类矩阵方程需要研究其不同类型的解. 三对角中心对称矩阵的结构较一般对称矩阵更复杂, 并且关于三对角中心对称解的研究也较少见. 但三对角中心对称矩阵在噪声处理、工程技术等方面有着重要应用. 文 [6] 利用奇异值分解的方法研究了矩阵方程 $AX=B$ 存在三对角中心对称（极小范数）最小二乘解的充要条件, 但并未给出其解的表达式. 本文利用文 [5] 的方法来研究矩阵方程 (1.1) 的三对角中心对称极小范数最小二乘解, 并给出其解的表达式.

本文用 $R^{m\times n}$ 表示 $m\times n$ 阶实矩阵的集合, I_n 表示 n 阶单位矩阵的集合, e_i 表示单位矩阵 I_n 的第 i 列 $(i=1,2,\cdots,n)$. A^T,A^+ 分别表示 A 的转置和 A 的 Moore-Penrose 广义逆. 对 $A\in R^{m\times n},B\in R^{m\times n}$, 定义实矩阵 A 与 B 的内积为 $\langle A,B\rangle=\mathrm{tr}(A^TB)$, 由此导出的范数 $\|A\|=\sqrt{\langle A,A\rangle}$ 称为 A 的 Frobenius 范数, 且 $R^{m\times n}$ 构成一个完备内积空间.

*收稿日期: 2014-01-22 接收日期:2014-06-23
作者简介: 彭雪梅 (1981–), 女, 湖北随州, 讲师, 主要研究方向: 有限群论.
通讯作者: 张志强

定义 1.1 设 $A\in R^{m\times n}, B\in R^{p\times q}$, 称 $A\otimes B=(a_{ij}B)\in R^{mp\times nq}$ 为 A 与 B 的 Kronecker 积.

定义 1.2 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$, 记 $a_j=(a_{1j},a_{2j},\cdots,a_{mj})\ (j=1,\cdots,n)$, 称 $\mathrm{vec}(A)=(a_1,\cdots,a_n)^T$ 为矩阵 A 的（按列）拉直.

定义 1.3 若矩阵 $X=(x_{ij})\in R^{n\times n}$ 的元素满足 $x_{ij}=x_{n+1-i,n+1-j}(i,j=1,\cdots,n)$, 则称 X 为中心对称矩阵. 若 X 是中心对称的且为三对角矩阵，则称 X 为三对角中心对称矩阵. 全体 n 阶三对角中心对称矩阵的集合记为 $CSTR^{n\times n}$.

本文主要考虑以下问题:

问题 I 给定 $A\in R^{m\times n}, B\in R^{n\times s}, C\in R^{m\times l}, D\in R^{l\times s}, E\in R^{m\times s}$, 求

$$AS_L=\{[X,Y]\mid X\in CSTR^{n\times n}, Y\in CSTR^{l\times l}, \|AXB+CYD-E\|=\min\}.$$

问题 II 求 $[\hat{X},\hat{Y}]\in AS_L$, 使得

$$\|\hat{X}\|^2+\|\hat{Y}\|^2=\min_{[X,Y]\in AS_L}\{\|X\|^2+\|Y\|^2\}. \tag{1.2}$$

问题 I 的解称为矩阵方程 (1.1) 的三对角中心对称最小二乘解，问题II的解称为矩阵方程 (1.1) 的三对角中心对称极小范数最小二乘解. 本文在第 2 节给出了问题 I 的解, 第 3 节给出了问题II的解的表达式.

2 问题 I 的解

为了研究问题 I 的解，先来看几个引理.

引理 2.1 (1) 当 $n=2k$ 时，$X=(x_{ij})_{n\times n}\in R^{n\times n}$, 则

$$X\in CSTR^{n\times n}\Leftrightarrow \mathrm{vec}(X)=J_n\mathrm{vec}_S(X), \tag{2.1}$$

其中

$$\mathrm{vec}_S(X)=(x_{11},x_{21},x_{12},x_{22},x_{32},\cdots,x_{(k-1)k},x_{kk},x_{k(k+1)})^T\in R^{\frac{3n-2}{2}}, \tag{2.2}$$

$$J_n=\begin{bmatrix}
e_1 & e_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & e_1 & e_2 & e_3 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_2 & e_3 & e_4 & \cdots & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots\\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & e_{k-1} & e_k & e_{k+1}\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & e_{k+2} & e_{k+1} & e_k\\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{n-1} & e_{n-2} & e_{n-3} & \cdots & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & e_n & e_{n-1} & e_{n-2} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0\\
e_n & e_{n-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}, \tag{2.3}$$

其中 e_i 为单位矩阵 I_n 的第 i 列，易知 $J_n \in R^{n^2\times\frac{3n-2}{2}}$.

(2) 当 $n=2(k+1)$ 时，$X=(x_{ij})_{n\times n}\in R^{n\times n}$, 则

$$X\in CSTR^{n\times n} \Leftrightarrow \mathrm{vec}(X)=J_n'\mathrm{vec}_S'(X), \tag{2.4}$$

其中

$$\mathrm{vec}_S'(X)=(x_{11},x_{21},x_{12},x_{22},x_{32},\cdots,x_{(k-1)k},x_{kk},x_{(k+1)k},x_{k(k+1)},x_{(k+1)(k+1)})^T\in R^{\frac{3n-1}{2}}, \tag{2.5}$$

$$J_n'=\begin{bmatrix}
e_1 & e_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & e_1 & e_2 & e_3 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_2 & e_3 & e_4 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & e_{k-1} & e_k & e_{k+1} & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & e_k+e_{k+2} & e_{k+1}\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & e_{k+3} & e_{k+2} & e_{k+1} & 0 & 0\\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{n-1} & e_{n-2} & e_{n-3} & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & e_n & e_{n-1} & e_{n-2} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
e_n & e_{n-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}, \tag{2.6}$$

其中 e_i 为单位矩阵 I_n 的第 i 列, 易知 $J_n'\in R^{n^2\times\frac{3n-1}{2}}$.

证 只证 (1), (2) 的证明同 (1).

若 $X\in CSTR^{n\times n}$, 由三对角中心对称矩阵的定义可知

$$X=\begin{bmatrix}
x_{11} & x_{12} & & & & & & & & & & & & \\
x_{21} & x_{22} & x_{23} & & & & & & & & & & & \\
 & x_{32} & x_{33} & x_{34} & & & & & & & & & & \\
 & & & \ddots & & & & & & & & & & \\
 & & & & \ddots & & & & & & & & & \\
 & & & & & \ddots & x_{(k-1)k} & & & & & & & \\
 & & & & & x_{k(k-1)} & x_{kk} & x_{k(k+1)} & & & & & & \\
 & & & & & & x_{k(k+1)} & x_{kk} & x_{k(k-1)} & & & & & \\
 & & & & & & & x_{(k-1)k} & \ddots & & & & & \\
 & & & & & & & & & \ddots & & & & \\
 & & & & & & & & & & \ddots & & & \\
 & & & & & & & & & & x_{34} & x_{33} & x_{32} & \\
 & & & & & & & & & & & x_{23} & x_{22} & x_{21}\\
 & & & & & & & & & & & & x_{12} & x_{11}
\end{bmatrix}$$

$$
\begin{aligned}
=&x_{11}(e_1,0,0,0,\cdots,0,0,0,e_n)+x_{21}(e_2,0,0,0,\cdots,0,0,0,e_{n-1})+x_{12}(0,e_1,0,0,\cdots,0,0,e_n,0)\\
&+x_{22}(0,e_2,0,0,\cdots,0,0,e_{n-1},0)+x_{32}(0,e_3,0,0,\cdots,0,0,e_{n-2},0)\\
&+x_{23}(0,0,e_2,0,\cdots,0,e_{n-1},0,0)\\
&+x_{33}(0,0,e_3,0,\cdots,0,e_{n-2},0,0)+x_{43}(0,0,e_4,0,\cdots,0,e_{n-3},0,0)+\cdots\\
&+x_{(k-1)k}(0,\cdots,0,e_{k-1},e_{k+2},0,\cdots,0)+x_{kk}(0,\cdots,0,e_k,e_{k+1},0,\cdots,0)\\
&+x_{k(k+1)}(0,\cdots,0,e_{k+1},e_k,0,\cdots,0),
\end{aligned}
$$

将等式两边按列拉直得

$$
\begin{aligned}
\mathrm{vec}(X)=&x_{11}\begin{bmatrix}e_1, & 0, & 0, & 0, & \cdots, & 0, & 0, & 0, & e_n\end{bmatrix}^T\\
&+x_{21}\begin{bmatrix}e_2, & 0, & 0, & 0, & \cdots, & 0, & 0, & 0, & e_{n-1}\end{bmatrix}^T\\
&+x_{12}\begin{bmatrix}0, & e_1, & 0, & 0, & \cdots, & 0, & 0, & e_n, & 0\end{bmatrix}^T\\
&+x_{22}\begin{bmatrix}0, & e_2, & 0, & 0, & \cdots, & 0, & 0, & e_{n-1}, & 0\end{bmatrix}^T\\
&+x_{32}\begin{bmatrix}0, & e_3, & 0, & 0, & \cdots, & 0, & 0, & e_{n-2}, & 0\end{bmatrix}^T\\
&+x_{23}\begin{bmatrix}0, & 0, & e_2, & 0, & \cdots, & 0, & e_{n-1}, & 0, & 0\end{bmatrix}^T\\
&+x_{33}\begin{bmatrix}0, & 0, & e_3, & 0, & \cdots, & 0, & e_{n-2}, & 0, & 0\end{bmatrix}^T\\
&+x_{43}\begin{bmatrix}0, & 0, & e_4, & 0, & \cdots, & 0, & e_{n-3}, & 0, & 0\end{bmatrix}^T\\
&+\cdots\\
&+x_{(k-1)k}\begin{bmatrix}0, & \cdots, & 0, & e_{k-1}, & e_{k+2}, & 0, & \cdots, & 0\end{bmatrix}^T\\
&+x_{kk}\begin{bmatrix}0, & \cdots, & 0, & e_k, & e_{k+1}, & 0, & \cdots, & 0\end{bmatrix}^T\\
&+x_{k(k+1)}\begin{bmatrix}0, & \cdots, & 0, & e_{k+1}, & e_k, & 0, & \cdots, & 0\end{bmatrix}^T.
\end{aligned}
$$

进一步可得 $\mathrm{vec}(X)=J_n\mathrm{vec}_S(X)$. 反过来, 若 $\forall X=(x_{ij})_{n\times n}\in R^{n\times n}$ 且 $\mathrm{vec}(X)=J_n\mathrm{vec}_S(X)$, 则 $X\in CSTR^{n\times n}$.

引理 2.2 [7] $\mathrm{vec}(AXB)=(B^T\otimes A)\mathrm{vec}(X)$.

引理 2.3 [7] 设 $A\in R^{m\times n}, b\in R^n$, 则不相容线性方程组 $Ax=b$ 的最小二乘解为

$$x=A^+b+(I-A^+A)y, \tag{2.7}$$

其中 $y\in R^n$ 是任意的.

引理 2.4 [8] 分块矩阵 (P_1,P_2) 的 Moore-Penrose 广义逆为

$$(P_1,P_2)^+=\begin{bmatrix}P_1^+-P_1^+P_2H\\ H\end{bmatrix}\quad 且 I-(P_1,P_2)^+(P_1,P_2)=\begin{bmatrix}S_{11} & S_{12}\\ S_{12}^T & S_{22}\end{bmatrix},$$

其中

$$\begin{aligned}
&H=R^{+}+(I-R^{+}R)ZP_2^T(P_1^{+})^TP_1^{+}(I-P_2R^{+});R=(I-P_1P_1^{+})P_2;\\
&Z=(I+(I-R^{+}R)P_2^T(P_1^{+})^TP_1^{+}P_2(I-R^{+}R))^{-1};\\
&S_{11}=I-P_1^{+}P_1+P_1^{+}P_2Z(I-R^{+}R)P_2^T(P_1^{+})^T;\\
&S_{12}=-P_1^{+}P_2(I-R^{+}R)Z;S_{22}=(I-R^{+}R)Z.
\end{aligned}$$

下面来求解问题 I 的解.

定理 2.1 给定 $A\in R^{m\times n},B\in R^{n\times s},C\in R^{m\times l}$, $D\in R^{l\times s}$, $E\in R^{m\times s}$, $\mathrm{vec}(X)$ 如定义 1.2 所给, $J_n,\mathrm{vec}_S(X)$ 如引理 2.1 所给, 令 $Q_1=J_n$, $Q_2=J_l$, 记 $Q=\mathrm{diag}(Q_1,Q_2)$, $P_1=(B^T\otimes A)Q_1$, $P_2=(D^T\otimes C)Q_2$, 则问题 I 的解 AS_L 可表示为

$$AS_L=\left\{[X,Y]\left|\begin{bmatrix}\mathrm{vec}(X)\\ \mathrm{vex}(Y)\end{bmatrix}=Q\begin{bmatrix}P_1^{+}-P_1^{+}P_2H\\ H\end{bmatrix}\mathrm{vec}(E)+Q\begin{bmatrix}S_{11}&S_{12}\\ S_{12}^T&S_{22}\end{bmatrix}y\right.\right\}, \tag{2.8}$$

其中 y 为适当维数的任意向量.

证 由引理 2.1 知

$$\begin{aligned}
\| AXB+CYD-E\| &=\|\mathrm{vec}(AXB)+\mathrm{vec}(CYD)-\mathrm{vec}(E)\|_2\\
&=\|(B^T\otimes A)\mathrm{vec}(X)+(D^T\otimes C)\mathrm{vec}(Y)-\mathrm{vec}(E)\|_2\\
&=\|(B^T\otimes A)Q_1\mathrm{vec}_S(X)+(D^T\otimes C)Q_2\mathrm{vec}_S(Y)-\mathrm{vec}(E)\|_2\\
&=\left\|(P_1,P_2)\begin{bmatrix}\mathrm{vec}_S(X)\\ \mathrm{vec}_S(Y)\end{bmatrix}-\mathrm{vec}(E)\right\|_2.
\end{aligned}$$

由引理 2.3 知

$$\|AXB+CYD-E\|=\min\Leftrightarrow\begin{bmatrix}\mathrm{vec}_S(X)\\ \mathrm{vec}_S(Y)\end{bmatrix}=(P_1,P_2)^{+}\mathrm{vec}(E)+(I-(P_1,P_2)^{+}(P_1,P_2))y.$$

由引理 2.4 知

$$\begin{bmatrix}\mathrm{vec}(X)\\ \mathrm{vec}(Y)\end{bmatrix}=Q\begin{bmatrix}\mathrm{vec}_S(X)\\ \mathrm{vec}_S(Y)\end{bmatrix}=Q\begin{bmatrix}P_1^{+}-P_1^{+}P_2H\\ H\end{bmatrix}vec(E)+Q\begin{bmatrix}S_{11}&S_{12}\\ S_{12}^T&S_{22}\end{bmatrix}y,$$

其中 y 为适当维数的任意向量.

注 定理 2.1 中 $J_n,\mathrm{vec}_S(X)$ 的表达式根据 $n=2k$ 或 $n=2k+1$ 分别取 (2.1) 式或 (2.4) 式.

3 问题 II 的解

定理 3.1 条件与符号和定理 2.1 相同，则问题 II 存在唯一解 $[\hat{X},\hat{Y}]\in AS_L$ 且 $[\hat{X},\hat{Y}]$ 可

表示为

$$
\begin{aligned}
\begin{bmatrix}\mathrm{vec}(\hat{X})\\ \mathrm{vec}(\hat{Y})\end{bmatrix} &= Q\begin{bmatrix}P_1^+ - P_1^+P_2H\\ H\end{bmatrix}\mathrm{vec}(E)\\
&- Q\begin{bmatrix}S_{11} & S_{12}\\ S_{12}^T & S_{22}\end{bmatrix}\times\left[Q\begin{bmatrix}S_{11} & S_{12}\\ S_{12}^T & S_{22}\end{bmatrix}\right]^+ Q\begin{bmatrix}P_1^+ - P_1^+P_2H\\ H\end{bmatrix}\mathrm{vec}(E).
\end{aligned}
\tag{3.1}
$$

证 易知 AS_L 为完备内积空间 $R^{n\times n}\times R^{l\times l}$ 的一个闭凸集, 由最佳逼近定理知存在唯一的 $[\hat{X},\hat{Y}]\in AS_L$ 使 (1.2) 式成立. 下面证明 $[\hat{X},\hat{Y}]$ 由 (3.1) 式给出.

由 (2.8) 式知

$$
\begin{aligned}
\min_{[X,Y]\in AS_L}\{\|X\|^2+\|Y\|^2\} &= \min_{[X,Y]\in AS_L}\left\|\begin{bmatrix}\mathrm{vec}(X)\\ \mathrm{vec}(Y)\end{bmatrix}\right\|_2^2\\
&=\min_y\left\|Q\begin{bmatrix}S_{11} & S_{12}\\ S_{12}^T & S_{22}\end{bmatrix}y+Q\begin{bmatrix}P_1^+ - P_1^+P_2H\\ H\end{bmatrix}\mathrm{vec}(E)\right\|^2,
\end{aligned}
$$

由引理 2.3 知

$$
\min_y\left\|Q\begin{bmatrix}S_{11} & S_{12}\\ S_{12}^T & S_{22}\end{bmatrix}y+Q\begin{bmatrix}P_1^+ - P_1^+P_2H\\ H\end{bmatrix}\mathrm{vec}(E)\right\|^2
$$

的解为

$$
\hat{y}=y_0+\left(I-\left[Q\begin{bmatrix}S_{11} & S_{12}\\ S_{12}^T & S_{22}\end{bmatrix}\right]^+\left[Q\begin{bmatrix}S_{11} & S_{12}\\ S_{12}^T & S_{22}\end{bmatrix}\right]\right)z,
\tag{3.2}
$$

其中 $y_0=-\left[Q\begin{bmatrix}S_{11} & S_{12}\\ S_{12}^T & S_{22}\end{bmatrix}\right]^+\left[Q\begin{bmatrix}P_1^+ - P_1^+P_2H\\ H\end{bmatrix}\mathrm{vec}(E)\right]$, z 为适当维数的任意向量.

将 (3.2) 式代入 (2.8) 式且当 z 为零向量时可得 $[\hat{X},\hat{Y}]$ 如 (3.1) 式所示.

参 考 文 献

[1] 邓远北, 胡锡炎. 线性矩阵方程 $(A^TXA, B^TXB) = (C, D)$ 的反对称解 [J]. 工程数学学报, 2003, 20(6): 65–68.

[2] 廖安平, 白中治. 矩阵方程 $A^TXA = D$ 的双对称最小二乘解 [J]. 计算数学, 2002, 24(1): 9–20.

[3] Shi S Y, Chen Y. Least squares solution of matrix equation $AXB^* + CYD^* = E$ [J]. SIAM J. Matrix Anal. Appl., 2003, 24(3): 802–808.

[4] 廖安平, 白中治. 矩阵方程 $AXA^T + BXB^T = C$ 的对称与反对称最小范数最小二乘解 [J]. 计算数学, 2005, 27(1): 81–95.

[5] 袁仕芳, 廖安平, 雷渊. 矩阵方程 $AXB + CYD = E$ 的对称极小范数最小二乘解 [J]. 计算数学, 2007, 29(2): 203–216.

[6] 张翔, 王卿文. 矩阵方程的三对角中心对称最小二乘解 [J]. 上海大学学报 (自然科学版), 2011, 17(3): 263–265.

[7] 徐仲, 张凯院等. 矩阵论简明教程 [M]. 北京: 科学出版社, 2001.

[8] Magnus J R. L-structured matrices and linear matrix equations [J]. Linear Mul. Algebra, 1983, 14: 67–88.

[9] 刘莉. 矩阵方程 $AXB+CYD=E$ 的中心对称最小二乘解及其最佳逼近 [J]. 兰州理工大学学报, 2011, 37(6): 148–153.

[10] 袁永新. 矩阵方程 $AXB=E, CYD=F$ 的最小二乘解 [J]. 华东船舶工业学院学报 (自然科学版), 2004, 18(3): 29–31.

CENTROSYMMETRIC TRIDIAGONAL LEAST SQUARES SOLUTION OF THE MATRIX EQUATION $AXB+CYD=E$ WITH THE LEAST NORM

PENG Xue-mei[1] , ZHANG Ai-hua[2] , ZHANG Zhi-qiang[3]

(*1.Department of Basic Courses, Wuhan Donghu University, Wuhan 430212, China*)

(*2.Department of Basic Courses, Army Military Economics Institute, Wuhan 430035, China*)

(*3.College of Information Engineering, Wuchang Institute of Technology, Wuhan 430065, China*)

Abstract: In this paper, we investigate the centrosymmetric tridiagonal least squares solution of the matrix equation with the least norm. By the means of Moore-Penrose generalized inverse and Kronecker product, we obtain the expression of the centrosymmetric tridiagonal least squares solution of the matrix equation $AXB+CYD=E$ with the least norm.

Keywords: centrosymmetric tridiagonal matrix; least norm solution; least squares solution; Moore-Penrose generalized inverse; the Kronecker product

2010 MR Subject Classification: 15A24