集值映射 ε - 严有效点集的次微分及应用

余丽

(宜春学院数学与计算机科学学院, 江西 宜春 336000)

摘要: 本文研究了在局部凸 Hausdorff 拓扑向量空间中的集值映射 ε - 严有效次梯度和 ε - 严有效次微分的问题. 利用凸集分离定理的方法, 获得了该次微分(次梯度)的存在性及它的一些性质, 推广了一类参数扰动集值优化问题在 ε - 严有效意义下的稳定性的结果.

关键词: 集值优化; ε - 严有效性; 次微分; 次梯度; 稳定性

MR(2010) 主题分类号: 46N10 中图分类号: O221.6

文献标识码: A 文章编号: 0255-7797(2014)04-0752-07

1 引言

近些年, 集值优化已成为向量优化关注的热点问题. 作为刻画优化问题最优性条件的重要工具-(次梯度) 次微分的概念已被成功推广并应用于稳定性理论的研究^[1-5]. 胡毓达等^[2]定义了集值映射分别在有效、弱有效意义下的次微分, 并讨论集值映射的有效点集、弱有效点集在次微分意义下的稳定性. 另一方面, 向量优化的研究与集合锥有效性研究相同步. 由于集值优化理论的逼近有效解与 Ekeland 变分原理之间存在紧密的联系, 由此各种逼近有效性的概念被相继引入, ε - 严有效性是其中具有代表性的逼近有效性之一. Li^[6] 讨论了 ε - 严有效解的标量化定理, ε -Lagrange 乘子定理和 ε - 鞍点定理. 本文将引入集值映射在 ε - 严有效意义下的次微分概念, 并得到了该次微分的存在性定理及其稳定性. 与文献 [2] 相比, 定理的条件有所减弱.

2 基本概念

设 X 是局部凸拓扑向量空间, Y 和 Z 是局部凸 Hausdorff 拓扑向量空间, Y^* 和 Z^* 分别为 Y 和 Z 的拓扑对偶空间. 设 $\emptyset \neq M \subset Y$, 我们以 $\text{cl } M$ 、 $\text{int } M$ 和 $\text{cone } M$ 分别表示 M 的闭包、内部和生成锥, 其中 $\text{cone } M = \{\lambda m : \lambda \geq 0, m \in M\}$. 设 $C \subset Y$ 为内部非空的闭凸点锥. 一个凸子集 $B \subset C$ 称为锥 C 的基, 如果 $0 \notin \text{cl } B$ 且 $C = \text{cone } B$. C 的对偶锥 C^* 定义为 $C^* = \{c^* \in Y^* : c^*(c) \geq 0, c \in C\}$, $B^{st} = \{\varphi \in Y^* : \text{存在 } t > 0 \text{ 使得 } \varphi(b) \geq t, b \in B\}$.

定义 2.1^[6] 设 $\emptyset \neq M \subset Y, B$ 是 C 的基, $\varepsilon \in C$. 点 $y \in M$ 称为 M 关于基 B 的 ε - 严有效点, 记作 $y \in \varepsilon - FE(M, B)$, 如果存在零点邻域 U 使得

$$\text{cl cone}(M + \varepsilon - y) \cap (U - B) = \emptyset. \quad (2.1)$$

*收稿日期: 2013-06-09

接收日期: 2013-10-14

基金项目: 江西省自然科学基金(20122BAB211004); 江西省教育厅科技项目(GJJ13696).

作者简介: 余丽(1980-), 女, 江西宜春, 讲师, 硕士, 研究方向: 集值优化及应用.

注 2.1^[6] (2.1) 式等价于

$$\text{cone}(M + \varepsilon - y) \cap (U - B) = \emptyset.$$

引理 2.1^[6] 设 B 为 C 的基, $\varepsilon \in C$, $\emptyset \neq M \subset Y$, 则 $\varepsilon - FE(M, B) = \varepsilon - FE(M + C, B)$. 设 $F : X \rightarrow 2^Y$ 为一集值映射, 则 F 的定义域, 图, 上图分别定义为

$$\begin{aligned} \text{dom } F &= \{x \in X : F(x) \neq \emptyset\}, \\ \text{graph } F &= \{(x, y) \in X \times Y : x \in \text{dom } F, y \in F(x)\}, \\ \text{epi } F &= \{(x, y) \in X \times Y : x \in \text{dom } F, y \in F(x) + C\}. \end{aligned}$$

定义 2.2^[7] 令 $F : X \rightarrow 2^Y$ 为一集值映射, $(x_0, y_0) \in \text{graph } F$. F 称为在点 (x_0, y_0) 处是下半连续的, 如果对 y_0 的任意邻域 $N(y_0)$, 存在 x_0 的邻域 $N(x_0)$ 使得对所有的 $x \in N(x_0)$ 有 $F(x) \cap N(y_0) \neq \emptyset$.

定义 2.3^[7] 设集值映射 $F : X \rightarrow 2^Y$, 如果对任意的 $x_1, x_2 \in X, 0 \leq \lambda \leq 1$, 有

$$\lambda F(x_1) + (1 - \lambda)F(x_2) \subset F(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) + C,$$

则称 F 在 X 上是 C -凸的.

定义 2.4 设 $F : X \rightarrow 2^Y$ 是集值映射, 点 $\bar{x} \in X, \bar{y} \in F(\bar{x})$, 并且 $\varphi^* \in X^*$, 给定向量 $p \in \text{int } C$, 若

$$\bar{y} - \varphi^*(\bar{x})p \in \varepsilon - FE[\cup_{x \in X} (F(x) - \varphi^*(x)p), B],$$

则称 $\varphi^* \in X^*$ 是集值映射 F 在点 $(\bar{x}, \bar{y})$ 关于向量 p 的 ε -严有效次梯度. F 在点 $(\bar{x}, \bar{y})$ 关于向量 p 的 ε -严有效次梯度的集合称为 F 在点 $(\bar{x}, \bar{y})$ 处关于向量 p 的 ε -严有效次微分, 记作 $\partial_{\varepsilon-F} F(\bar{x}, \bar{y})_p$. 若 $\partial_{\varepsilon-F} F(\bar{x}, \bar{y})_p \neq \emptyset$, 则称 F 在点 $(\bar{x}, \bar{y})$ 关于向量 p 是 ε -严有效次可微的.

3 ε -严有效次微分的存在性定理

引理 3.1^[5] 设 $F : X \rightarrow 2^Y$ 是一集值映射, 且 $x_0 \in \text{dom } F$, 则下面三个条件只要满足其中之一, 就有 $\text{int}(\text{epi } F) \neq \emptyset$.

(I) 存在 $\hat{y} \in F(x_0)$ 使得 F 在 $(x_0, \hat{y})$ 处是下半连续的.

(II) 存在 $a \in Y$ 使得 $F(X) \subset a - C$.

(III) 存在映射 $f : X \rightarrow Y$ 使得 $f(x) \in F(x) (\forall x \in X)$, 并且 f 在 x_0 的一邻域 $U(x_0)$ 内连续.

定理 3.1 设 B 为 C 的基, $F : X \rightarrow 2^Y$ 是 C -凸的集值映射, $(x_0, y_0) \in \text{graph } F, p \in \text{int } C, y_0 \in \varepsilon - FE(F(x_0), B)$. 则只要引理 3.1 中的条件满足其中之一, 就有 $\partial_{\varepsilon-F} F(x_0, y_0)_p \neq \emptyset$.

证 因为 $y_0 \in \varepsilon - FE(F(x_0), B)$, 则存在零点的邻域 U 使得

$$\text{cone}(F(x_0) + \varepsilon - y_0) \cap (U - B) = \emptyset. \quad (3.1)$$

定义

$$A = \{(x, y) \in X \times Y : y \in F(x) + \text{cone}(B - U)\}.$$

由 F 是 C -凸的, $C \subset \text{cone}(B-U)$ 知 F 是 $\text{cone}(B-U)$ -凸的, 于是 A 是凸集. 由引理 3.1 及 $\text{eip } F \subset A$ 得 $\text{int } A \neq \emptyset$.

下面证明 $(x_0, y_0 - \varepsilon) \notin \text{int } A$. 若不然, 则存在 $U_1 \in N(0_Y)$, 使得 $(x_0, y_0 - \varepsilon + U_1) \subset A$. 因为 $\text{cone}(B-U)$ 是锥, 则存在 $-d \in \text{cone}(B-U) \setminus \{0\}$, 使得 $d \in U_1$, 于是

$$y_0 - \varepsilon + d \in F(x_0) + \text{cone}(B-U).$$

因而存在 $y_1 \in F(x_0), d_1 \in \text{cone}(B-U)$ 使得

$$y_0 - \varepsilon + d = y_1 + d_1.$$

于是 $y_1 - y_0 + \varepsilon = d - d_1 \in -\text{cone}(B-U) \setminus \{0\} \subset \text{cone}(U-B) \setminus \{0\}$, 此与 (3.1) 式矛盾, 因此 $(x_0, y_0 - \varepsilon) \notin \text{int } A$. 由凸集分离定理知存在 $(\varphi^*, \psi^*) \in X^* \times Y^*, (\varphi^*, \psi^*) \neq (0_{X^*}, 0_{Y^*})$, 使得

$$\varphi^*(x) + \psi^*(y) \geq \varphi^*(x_0) + \psi^*(y_0 - \varepsilon), \quad \forall x \in X, y \in F(x) + \text{cone}(B-U). \quad (3.2)$$

即

$$\varphi^*(x) + \psi^*(y + \varepsilon) \geq \varphi^*(x_0) + \psi^*(y_0), \quad \forall x \in X, y \in F(x) + \text{cone}(B-U). \quad (3.3)$$

由于 $y + \varepsilon \in F(x) + \text{cone}(B-U) + \varepsilon \subset F(x) + \text{cone}(B-U) + \text{cone}(B-U) \subset F(x) + \text{cone}(B-U)$, 令 $\hat{y} = y + \varepsilon$, 则 (3.3) 式等价于

$$\varphi^*(x) + \psi^*(\hat{y}) \geq \varphi^*(x_0) + \psi^*(y_0), \quad \forall x \in X, \hat{y} \in F(x) + \text{cone}(B-U). \quad (3.4)$$

下证 $\psi^* \neq 0_{Y^*}$. 若不然, 则有 $\varphi^*(x - x_0) \geq 0, \forall x \in X$. 对正实数 $\lambda > 0$, 任取 $v \in X$, 取 $x = \pm \lambda v + x_0$ 可得 $\varphi^*(\pm \lambda v) \geq 0$. 由此得到 $\varphi^* = 0_{X^*}$, 此与 $(\varphi^*, \psi^*) \neq (0_{X^*}, 0_{Y^*})$ 矛盾. 另一方面, 在 (3.4) 式中取 $x = x_0, \hat{y} = y_0 + q, \forall q \in \text{cone}(B-U)$, 有

$$\psi^*(q) \geq 0, \quad \forall q \in \text{cone}(B-U). \quad (3.5)$$

因为 $\psi^* \neq 0_{Y^*}$, 则存在 $u \in U$ 使得 $\psi^*(u) = t > 0$, 由 (3.5) 式有

$$\psi^*(b) \geq \psi^*(u) = t, \quad \forall b \in B,$$

即 $\psi^* \in B^{st}$.

下面证明 $-\frac{\varphi^*}{\psi^*(p)} \in \partial_{\varepsilon-F} F(x_0, y_0)_p$. 若不成立, 则由定义 2.4 及引理 2.1 知对于任意的零点邻域 U 有

$$\text{cone}(\cup_{x \in X} (F(x) + \frac{\varphi^*(x - x_0)}{\psi^*(p)} p + \varepsilon - y_0 + C)) \cap (U - B) \neq \emptyset. \quad (3.6)$$

设 $\bar{U} = \{y \in Y : \psi^*(y) < \frac{t}{2}\}$, 则 $\bar{U}$ 是零点邻域且

$$\psi^*(\bar{u} - b) < \frac{t}{2} - t < 0, \quad \forall \bar{u} \in \bar{U}, b \in B. \quad (3.7)$$

由 (3.6) 式知存在 $\lambda > 0, \tilde{x} \in X, \tilde{y} \in F(\tilde{x}), \tilde{c} \in C$, 使得

$$\lambda(\tilde{y} + \frac{\varphi^*(\tilde{x} - x_0)}{\psi^*(p)} p + \varepsilon - y_0 + \tilde{c}) \in \bar{U} - B. \quad (3.8)$$

结合 (3.7), (3.8) 式有

$$\psi^*(\lambda(\tilde{y} + \frac{\varphi^*(\tilde{x} - x_0)}{\psi^*(p)}p + \varepsilon - y_0 + \tilde{c})) < 0. \quad (3.9)$$

由 $\psi^* \in B^{st}, \varepsilon \in C$ 知 $\lambda\psi^*(\varepsilon) \geq 0$, 于是由 (3.9) 式得

$$\lambda(\psi^*(\tilde{y}) + \varphi^*(\tilde{x} - x_0) - \psi^*(y_0) + \psi^*(\tilde{c})) < 0. \quad (3.10)$$

由 $\lambda > 0$ 及 (3.10) 式得

$$\varphi^*(\tilde{x}) + \psi^*(\tilde{y} + \tilde{c}) < \varphi^*(x_0) + \psi^*(y_0),$$

其中 $(\tilde{x}, \tilde{y} + \tilde{c}) \in \text{epi } F \subset A$, 上式与 (3.4) 式矛盾.

定理 3.2 设 B 为 C 的基, $(\bar{x}, \bar{y}) \in \text{graph } F$, 给定 $p \in \text{int } C$. 则 $\bar{y} \in \varepsilon - FE(F(X), B)$ 当且仅当 $0_{X^*} \in \partial_{\varepsilon-F} F(\bar{x}, \bar{y})_p$.

证 因为 $\bar{y} \in \varepsilon - FE(F(X), B)$, 所以存在零点的邻域 U 使得

$$\text{cl cone}(F(X) + \varepsilon - \bar{y}) \cap (U - B) = \emptyset.$$

这等价于

$$\text{cl cone}(\cup_{x \in X} (F(x) - 0(x - \bar{x})p + \varepsilon - \bar{y})) \cap (U - B) = \emptyset.$$

因此 $0_{X^*} \in \partial_{\varepsilon-F} F(\bar{x}, \bar{y})_p$.

定理 3.3 设 B 为 C 的基, $(\bar{x}, \bar{y}) \in \text{graph } F$, $\varphi^* \in X^*$, 给定 $p \in \text{int } C$, 如果 F 在 X 上是 C -凸的, 则 $\varphi^* \in \partial_{\varepsilon-F} F(\bar{x}, \bar{y})_p$ 当且仅当存在 $\psi^* \in B^{st}$ 使

$$\psi^*(y - \bar{y} + \varepsilon) \geq \varphi^*(x - \bar{x})\psi^*(p), \quad \forall x \in X, y \in F(x). \quad (3.11)$$

证 必要性 由 $\varphi^* \in \partial_{\varepsilon-F} F(\bar{x}, \bar{y})_p$ 及引理 2.1 知存在零点邻域 U 使得

$$\text{cone}(\cup_{x \in X} (F(x) - \varphi^*(x - \bar{x})p + \varepsilon - \bar{y} + C)) \cap (U - B) = \emptyset.$$

由 $U - B$ 是开凸集得

$$\text{cl cone}(\cup_{x \in X} (F(x) - \varphi^*(x - \bar{x})p + \varepsilon - \bar{y} + C)) \cap (U - B) = \emptyset.$$

由 F 在 X 上是 C -凸的, 故

$$\cup_{x \in X} (F(x) - \varphi^*(x - \bar{x})p + \varepsilon - \bar{y} + C)$$

为凸集, 于是 $\text{cl cone}(\cup_{x \in X} (F(x) - \varphi^*(x - \bar{x})p + \varepsilon - \bar{y} + C))$ 是凸集, 由凸集分离定理知存在 $\psi^* \in Y^* \setminus \{0_{Y^*}\}$ 使得

$$\psi^*(y) \geq \psi^*(y'), \quad \forall y \in \text{cl cone}(\cup_{x \in X} (F(x) - \varphi^*(x - \bar{x})p + \varepsilon - \bar{y} + C)), y' \in U - B. \quad (3.12)$$

由 $\text{cl cone}(\cup_{x \in X} (F(x) - \varphi^*(x - \bar{x})p + \varepsilon - \bar{y} + C))$ 是锥及 ψ^* 在其上有下界得

$$\psi^*(y) \geq 0, \quad \forall y \in \text{cl cone}(\cup_{x \in X} (F(x) - \varphi^*(x - \bar{x})p + \varepsilon - \bar{y} + C)). \quad (3.13)$$

由 $0 \in \text{cl cone}(\cup_{x \in X}(F(x) - \varphi^*(x - \bar{x})p + \varepsilon - \bar{y} + C))$ 及 (3.12) 式得

$$\psi^*(B) \geq \psi^*(U). \quad (3.14)$$

因为 $\psi^* \neq 0$, 则存在 $u_0 \in U$ 使得 $\psi^*(u_0) = t > 0$, 在 (3.14) 式中取 $u_0 \in U$ 得

$$\psi^*(B) \geq \psi^*(u_0) = t,$$

即 $\psi^* \in B^{st}$.

由 $0 \in C$ 及 (3.13) 式有

$$\psi^*(y - \varphi^*(x - \bar{x})p + \varepsilon - \bar{y}) \geq 0, \quad \forall x \in X, y \in F(x),$$

即

$$\psi^*(y - \bar{y} + \varepsilon) \geq \varphi^*(x - \bar{x})\psi^*(p), \quad \forall x \in X, y \in F(x).$$

充分性 设存在 $\psi^* \in B^{st}$, 使 (3.11) 式成立. 若 $\varphi^* \notin \partial_{\varepsilon-F}F(\bar{x}, \bar{y})_p$, 则对于任意的零点邻域 U 有

$$\text{cone}(\cup_{x \in X}(F(x) - \varphi^*(x - \bar{x})p + \varepsilon - \bar{y})) \cap (U - B) \neq \emptyset. \quad (3.15)$$

设 $\hat{U} = \{y \in Y : \psi^*(y) < \frac{t}{2}\}$, 则 $\hat{U}$ 是零点邻域且

$$\psi^*(\hat{u} - b) < \frac{t}{2} - t < 0, \quad \forall \hat{u} \in \hat{U}, b \in B. \quad (3.16)$$

由 (3.15) 式知存在 $\hat{\lambda} > 0, \hat{x} \in X, \hat{y} \in F(\hat{x})$ 使得

$$\hat{\lambda}(\hat{y} - \varphi^*(\hat{x} - \bar{x})p + \varepsilon - \bar{y}) \in \hat{U} - B. \quad (3.17)$$

结合 (3.16), (3.17) 式有

$$\psi^*(\hat{\lambda}(\hat{y} - \varphi^*(\hat{x} - \bar{x})p + \varepsilon - \bar{y})) < 0,$$

即

$$\psi^*(\hat{y} - \bar{y} + \varepsilon) < \varphi^*(\hat{x} - \bar{x})\psi^*(p).$$

此与 (3.11) 式矛盾.

4 稳定性

设 Z 是拓扑线性空间, $\Omega \subset Z$ 是 Z 中半径为 $r > 0$ 的球, $S : \Omega \rightarrow 2^X$ 和 $F : X \times \Omega \rightarrow 2^Y$ 为集值映射, 考虑下面的参数扰动优化问题

$$\begin{aligned} (SOP)_q \quad & \min F(x, q), \\ \text{s.t.} \quad & x \in S(q), \forall q \in \Omega. \end{aligned}$$

由参数优化问题的 ε - 严有效点集定义的集值映射如下

$$\varepsilon - FE(q) = \varepsilon - FE(F(S(q), q), B), \quad q \in \Omega.$$

在本节假设 $\varepsilon - FE(q) = \varepsilon - FE(F(S(q), q), B) \neq \emptyset, \forall q \in \Omega$.

定理 4.1 设 $F: X \times \Omega \rightarrow 2^Y$ 是 C -凸的集值映射, $S(q)$ 是凸的集值映射. 如果对任意的 $q \in \Omega, F(S(q), q) \subset \varepsilon - FE(q) + C$. 给定 $p \in \text{int } C$, 只要 $\varepsilon - FE(q)$ 满足引理 3.1 中的一个条件, 则对任意的 $q \in \Omega$, 集值映射 $\varepsilon - FE(q)$ 关于向量 p 是 ε -严有效次可微的.

证 任取 $q_1, q_2 \in \Omega, y_1 \in F(S(q_1), q_1), y_2 \in F(S(q_2), q_2), 0 < \lambda < 1$, 则存在

$$x_1 \in S(q_1), x_2 \in S(q_2)$$

使 $y_1 \in F(x_1, q_1), y_2 \in F(x_2, q_2)$. 因为 F 是 C -凸的, 于是

$$\lambda y_1 + (1 - \lambda)y_2 \in F(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2, \lambda q_1 + (1 - \lambda)q_2) + C.$$

又因 $S(q)$ 是凸的, 所以

$$\lambda y_1 + (1 - \lambda)y_2 \in F(S(\lambda q_1 + (1 - \lambda)q_2), \lambda q_1 + (1 - \lambda)q_2) + C. \quad (4.1)$$

因此 $F(S(q), q)$ 在 Ω 上是 C -凸的.

下证 $\varepsilon - FE(q)$ 在 Ω 上是 C -凸的. 任取

$$q'_1, q'_2 \in \Omega, z_1 \in \varepsilon - FE(q'_1) \subset F(S(q'_1), q'_1), z_2 \in \varepsilon - FE(q'_2) \subset F(S(q'_2), q'_2), 0 < \lambda' < 1.$$

由 (4.1) 式知

$$\lambda' z_1 + (1 - \lambda')z_2 \in F(S(\lambda' q'_1 + (1 - \lambda')q'_2), \lambda' q'_1 + (1 - \lambda')q'_2) + C. \quad (4.2)$$

再注意到 $F(S(q), q) \subset \varepsilon - FE(q) + C$, 所以就有

$$\lambda' z_1 + (1 - \lambda')z_2 \in \varepsilon - FE(\lambda' q'_1 + (1 - \lambda')q'_2) + C + C \subset \varepsilon - FE(\lambda' q'_1 + (1 - \lambda')q'_2) + C. \quad (4.3)$$

因此 $\varepsilon - FE(q)$ 在 Ω 上是 C -凸的.

另一方面, 由引理 2.1 知

$$\varepsilon - FE(\varepsilon - FE(q), B) = \varepsilon - FE(\varepsilon - FE(q) + C, B).$$

再利用 $F(S(q), q) \subset \varepsilon - FE(q) + C$, 并且由假设 $\varepsilon - FE(F(S(q), q), B) \neq \emptyset$ 可知

$$\varepsilon - FE(\varepsilon - FE(q), B) = \varepsilon - FE(\varepsilon - FE(q) + C, B) \supset \varepsilon - FE(F(S(q), q), B) \neq \emptyset.$$

所以集值映射 $\varepsilon - FE(q)$ 满足定理 3.1 的条件, 由此知结论成立.

参 考 文 献

- [1] Miglierina E, Molho E. Well-posedness and convexity in vector optimization[J]. Mathematical Methods of Operations Research, 2003(58): 375-385.
- [2] 胡毓达, 孟志青. 序扰动多目标规划的锥次微分稳定性 [J]. 系统科学与数学, 2000, 20(4): 439-446.
- [3] Wen S. Weak subdifferential of set-valued mappings[J]. Optimization, 2003, 100: 233-240.

- [4] Taa A. Subdifferentials of multifunctions and lagrange multipliers for multiobjective optimization[J]. J. Math. Anal. Appl., 2003, 283: 398–415.
- [5] 余国林, 刘三阳. 集值映射的 Henig 有效次微分及其稳定性 [J]. 数学物理学报, 2008, 28A(3): 438–446.
- [6] Li T Y, Xu Y H, Zhu C X. ε -strictly efficient solutions of vector optimization problems with set-valued maps[J]. Asia Pacific Journal of Operational Research, 2007, 24(6): 841–854.
- [7] 胡毓达, 孟志青. 凸分析与非光滑分析 [M]. 上海: 上海科学技术出版社, 2000.
- [8] 王其林, 张健. 非凸集值优化弱有效解的广义最优性条件 [J]. 四川师范大学学报 (自然科学版), 2011, 34 (2): 181–185.
- [9] Borwein J M, Zhuang D. Super efficiency in vector optimization[J]. Trans. Amer. Math. Soc., 1993, 338: 105–122.
- [10] Fu W T. On strictly efficient points of a set in a normed linear space[J]. J. Sys. Sci. Math. Scis., 1997, 17(4): 324–329.

THE SUBDIFFERENTIAL OF ε -STRICTLY EFFICIENT POINTS OF SET-VALUED MAPPING AND APPLICATION

YU Li

(Institute of Mathematics and Computer of Science, Yichun University, Yichun 336000, China)

Abstract: The paper deals with the ε -strictly efficient subgradient and ε -strictly efficient subdifferential for a set-valued mapping in locally convex Hausdorff topological vector spaces. By using the convex set separation theorem, the existence theorem for ε -strictly efficient subgradient (ε -strictly efficient subdifferential) is discussed. The stability problem for a kind of perturbed set-valued optimization problem is extended in the sense of ε -strictly efficiency.

Keywords: set-valued optimization; ε -strictly efficiency; subdifferential; subgradient; stability

2010 MR Subject Classification: 46N10