Vol. 46 (2026)
No. 4

数 学 杂 志
J. of Math. (PRC)

基于油浸式变压器的多物理场耦合建模与数值计算方法

田 鹏[1], 吕俊涛[2], 严 莉[1], 任敬国[2], 王乙涵[3]

(1. 国网山东省电力公司信息通信公司, 山东 济南 250002)

(2. 国网山东省电力公司, 山东 济南 250002)

(3. 武汉大学数学与统计学院, 湖北 武汉 430072)

摘 要: 随着电力装备向高电压、大容量与紧凑化方向发展, 变压器内部的电磁、热、流体及结构等多物理场耦合问题日益复杂. 本文研究了变压器多物理场建模的问题. 首先, 本文介绍了油浸式变压器的几何建模与数学建模方法, 并阐述了电磁、热、流体等单物理场的数学方程以及多物理场耦合方法. 随后, 介绍了电力设备仿真的常用数值计算方法. 随后利用这些方法, 在应用层面, 本文重点关注局部放电检测, 尤其是超高频(UHF)定位技术, 指出多物理场耦合建模与高精度数值计算为局部放电的精确定位与状态监测提供了理论支撑与方法参考.

关键词: 多物理场耦合; 高精度数值计算; 油浸式变压器; 局部放电检测定位

MR(2010)**主题分类号**: 65M60; 78M10; 97M50; 65N30; 35Q60

中图分类号: O175.29; TM405

文献标识码: A **文章编号**: 0255-7797(2026)04-0207-22

在电力设备的数值模拟与设计过程中, 电磁场、温度场、流场以及力学场之间存在复杂的多物理场耦合效应. 这些场在实际运行中的相互作用直接影响设备的性能与安全性. 例如, 电磁损耗会导致局部发热, 改变材料的电导率与磁导率；热效应又会驱动油流或气流的对流换热过程, 从而影响温升与冷却效率；同时, 温度和电磁应力的变化可能进一步引发结构变形甚至机械失效. 在建模过程中, 不仅需要准确刻画电磁、热、流、力等多场耦合机制, 还必须考虑材料在强电场、强磁场和高温条件下的非线性效应, 以建立能够适应不同工况(如额定运行、局部过热、短路冲击等)的多物理场耦合模型.

电气领域的多场耦合研究始于21世纪初, 并在近年来得到了快速发展. 在此之前, 电气领域的研究主要集中于单一物理场(如电磁场[7])的数值求解, 对多场之间的耦合效应关注不足. 随着电力装备对性能和可靠性要求的不断提升, 单一物理场分析已难以满足工程需求, 研究者逐渐意识到有必要全面考虑多物理场的相互作用. 例如, 在漏磁损耗和温升计算中, 需要磁、热、流的耦合模型；而在短路冲击条件下, 对绕组受力与形变的分析则需要引入磁、力

*收稿日期：2025-10-13 接收日期: 2025-10-23

基金项目：国网山东省电力公司科技项目资助 (520627250001).

作者简介：田鹏(1977–) 男, 山东临沂, 正高级职称, 国网山东省电力公司信息通信公司总经理, 长期从事电力设备的运行检修研究工作.

通讯作者：王乙涵(2000–) 男, 四川泸州, 研究生, 主要研究方向：偏微分方程最优控制、电磁计算, Email: yihan_wang@whu.edu.cn

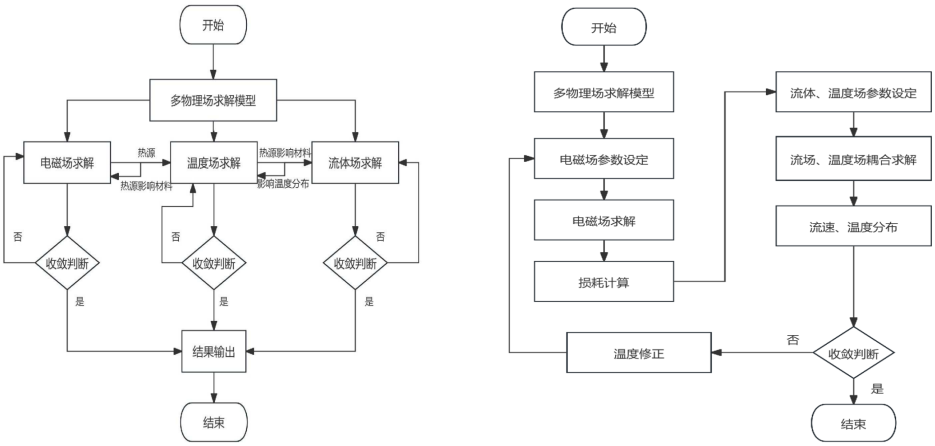
耦合. 建立精确的多物理场模型不仅有助于优化电力设备的结构设计, 同时也为运行状态评估与故障诊断(如局部放电检测)提供了理论依据和计算支撑[8].

正如杨帆等人在文献[1]中指出的, 以多物理场耦合数值计算为核心的“计算高电压学”, 正在逐渐成为传统高电压试验研究的重要补充与支撑, 并已发展为电力装备领域的研究热点. 然而, 该领域的进一步发展仍面临诸多挑战, 包括材料非线性建模、多场耦合精度的保证以及快速高效数值方法的开发等. 针对不同类型电力设备的应用场景, 耦合模型所涉及的物理场也存在差异. 文献[1]对典型电力装备的工程背景、分析内容、耦合模型、关键问题及关键材料参数进行了总结. 例如, 针对变压器的局部过热问题, 通常需要考虑磁、热、流场的耦合；而在电抗器的振动噪声分析中, 则需引入电磁、力、声场的耦合. 此外, 文献[9]针对110kV高压电缆接头, 采用了电磁-热耦合模型, 来考虑接头由于接触电阻和绝缘缺陷导致的局部过热与电场畸变问题. 文献[10]采用电-热-机械耦合, 构建IGBT动态模型, 进行了多层焊层中的应力与温度分布分析. I. Smolyanov 等人[4]认为, 建立一个既能全面反映油浸式变压器中所有物理过程特征, 又能适用于精确运行的通用数字孪生模型, 实际上是难以实现的. 因此, 在工程实践中, 往往根据实际应用场景和研究目标, 选择合适的多物理场耦合模型, 以在精度与计算效率之间取得平衡.

出于准确性以及局部微调的考虑, 对多物理场耦合模型采用方程描述直接建模是十分必要的. 近年来, 研究者围绕电磁–热、热–流以及三场耦合在不同工况下的热效应开展了系统研究[1].

在“电磁–热”方面, 温度通过电导率的变化影响麦克斯韦方程, 而电涡流密度和材料损耗为热方程提供了欧姆热源. 传统磁路法在变压器损耗预测中往往精度有限, 而引入温度效应并采用双向耦合模型, 可以更准确地描述损耗随温度的演变规律[11]. 文献[12]研究了磁热耦合模型, 描述了导体的铁损耗以及磁场和欧姆热之间的能量交换,并为耦合模型确定了弱格式, 比传统的涡流模型更真实. 文献[13, 14]给出了换流变压器直流偏磁状态下油箱中涡流损耗的计算公式, 进一步改善了电磁–热耦合计算的精度. 在“流–热”方面, 温度场通过对流与流体场强耦合, 而温升又会改变流体特性. 结合自然对流原理, 研究者[15]结合自然对流的物理原理, 研究绕组散热量与绕组温度、绝缘油温度之间的关系, 建立其动态热模型, 提出新的内部油道温度计算方法, 通过这一模型估计绕组热点温度与实测值误差在6%以内. 文献[2]采用长短期记忆网络建立了流–热耦合的深度学习模型, 并通过模态分解降噪, 实现了热点温度的动态预测. 在“电磁–热–流”三场耦合方面, 现有方法主要分为直接耦合和间接耦合两类[16], 见图1. 直接耦合方法能够整体反映三场的相互作用, 但在数值计算中面临尺度不匹配、自由度过高和迭代收敛困难等挑战. 相比之下, 间接耦合方法常将电磁场用于损耗计算, 并作为热源输入到流–热耦合模型中：即首先通过(瞬态)电磁场仿真计算指定工况下的内部损耗, 然后将其作为温度场仿真的热源, 迭代求解流–热耦合方程, 如此循环迭代多次直至达到稳态[3, 11, 16, 17]. 这种方法在保证精度的同时显著降低了计算复杂度. 文献[18]考虑谐波情况下, 构建来一个3D电磁–热–流体耦合仿真模型, 通过有限元获取绕组和铁芯损耗, 再作为热源驱动油流与温度场模拟, 分析热点位置和温度在不同载流条件下的变化. 文献[19] 构建有限元模型包含电磁、热传导以及热应力耦合, 分析三相不平衡下绕组和铁芯损耗. 目前, 变压器热

问题研究大多集中在绝缘热点, 如绕组热点或出线装置温度. 然而, 由于大型变压器内部结构复杂, 精细化建模与损耗精确计算仍然受到限制. 如何在保证结果可靠性的同时降低模型复杂度和计算量, 仍是提升变压器温度场建模水平的核心挑战[1].



(a) 直接耦合 (b) 间接耦合

图 1 多物理场耦合方法

在本综述中, 第二节将介绍变压器多物理场的数学建模方法, 涵盖几何建模与数学物理方程, 并对电磁、热、流体等单物理场模型进行阐述, 并给出多物理场间接耦合的典型计算流程与算法框架. 第三节介绍常见的数值计算方法, 包括有限元法、有限体积法等, 并分析其优缺点及适用范围. 第四节将基于所建立的多物理场模型, 重点讨论局部放电检测方法, 特别是UHF 定位技术, 介绍其建模原理、常用定位算法以及影响信号传播与接收精度的关键因素. 最后, 在第五节对全文进行总结与展望, 指出多物理场建模在变压器状态监测与故障诊断中的应用价值及未来发展方向.

2 变压器多物理场数学建模

2.1 油浸式变压器几何模型

油浸式变压器作为电力系统中的关键设备, 广泛应用于电能传输与配电环节. 与干式变压器相比, 油浸式变压器具有更优良的绝缘性能和冷却能力, 能够在高电压、大容量工况下稳定运行. 其内部结构复杂, 由铁心、绕组、绝缘纸、垫块、油道、压板、油箱、套管、油枕、散热器及监测装置等多种部件构成[20]. 这些部件不仅承担着电气绝缘与机械支撑作用, 还存在显著的电磁、热、流体等多物理场耦合效应.

在多物理场研究中, 如何在保证主要物理特性表达的同时降低建模和计算复杂度, 是建模工作的关键. 为此, 研究者常采用简化几何模型. 其中, 由铁心、绕组、油道和油箱(含散热器)组成的单相模型[21] 被认为是变压器热 – 流 – 电磁耦合的“最小闭环”. 该模型既能保留主要电磁与传热特性, 又避免了过于庞杂的细节建模, 如图2 所示. 另一方面, 也有学者在单

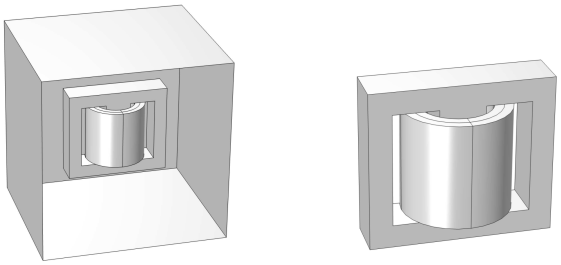


图 2 单相变压器模型

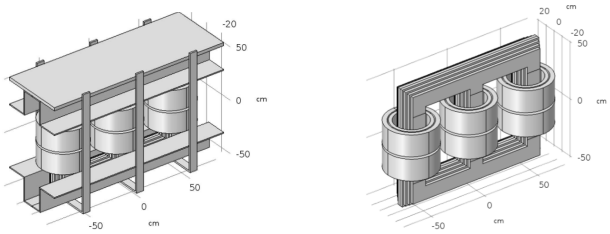


图 3 三相变压器模型

相模型的基础上引入绝缘支撑、压板等部件, 建立了更加精细的三相变压器模型[2, 4], 如图3所示. 这类模型能够更准确地预测温度场分布, 可靠性更高, 但建模和计算代价也显著增加. 通常在500 kV 及以上的特高压变压器中, 出于运输、制造、绝缘和运行可靠性等综合考虑, 工程实际更倾向于采用单相模型, 而三相模型则多用于低压或中压研究, 或作为方法学验证. 在[21, 22]中, COMSOL 分别建立了单相和三相模型来计算由焦耳热产生的损耗及其引起的温升分布. 此外, 还有研究提出混合网络 – 几何模型. 例如文献[23] 中, 作者对绕组部分采用几何建模, 对散热器采用热网络模型, 从而显著降低几何复杂度, 并能保持全机的热流平衡. 这种方式在工程应用中兼顾了精度与效率, 为大规模计算提供了可行路径.

综上, 单相几何模型因其简洁性和可扩展性被广泛采用, 三相模型适合于更高精度的仿真验证, 而混合网络 – 几何模型则在工程应用中展现出良好的实用性. 不同建模方案各有侧重, 研究人员可根据研究目标与计算资源进行合理选择.

2.2 多物理场数学方程

在本节中, 我们将讨论多物理场的数学物理方程, 包括电磁场Maxwell 方程、温度场热传导方程以及流场Navier-Stokes方程. 这些单场方程通过耦合关系相互影响, 例如电磁损耗转化为热源, 温度场分布又会改变材料电导率和磁导率, 从而形成完整的多物理场耦合模型.

2.2.1 Maxwell 方程

电磁场通常由Maxwell 方程组描述, 其微分形式为:

$$\begin{gathered}\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0,\quad \nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t},\\ \nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}+\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t},\quad \nabla\cdot\boldsymbol{D}=\rho.\end{gathered}\tag{2.1}$$

直接采用Maxwell 方程组的弱分形式在计算层面上解的稳定性不高, 在实际工程计算中我们会利用换元以及增加假设来简化问题, 提高解的稳定性.

我们引入磁矢量位$\boldsymbol{A}$与电标量位V

$$\boldsymbol{B}=\nabla\times\boldsymbol{A},\quad \boldsymbol{E}=-\nabla V-\frac{\partial\boldsymbol{A}}{\partial t},\tag{2.2}$$

将表达式代入(2.1), 结合高斯校准即可得到方程的$\boldsymbol{A}$-V形式:

$$\nabla\times(\nu\nabla\times\boldsymbol{A})+\sigma\nabla V+\sigma\frac{\partial\boldsymbol{A}}{\partial t}=\boldsymbol{J}_{\rm ext},\quad \nabla\cdot(\sigma\frac{\partial\boldsymbol{A}}{\partial t}+\sigma\nabla V)=0.\tag{2.3}$$

其中, $\boldsymbol{A}$是磁位向量, V是电位标量. σ是材料的电导率, $\boldsymbol{J}_{\rm ext}=\boldsymbol{J}-\sigma\boldsymbol{E}$是外部电流密度. 若介质均匀、各向同性($\nu=1/\mu=\rm const$), 且有库伦规范:

$$\nabla\cdot\boldsymbol{A}=0,\tag{2.4}$$

则有恒等式:

$$\nabla\times(\nabla\times\boldsymbol{A})=-\nabla^2\boldsymbol{A}.\tag{2.5}$$

于是第一个方程可化为矢量Possion方程:

$$-\nu\nabla^2\boldsymbol{A}+\sigma\frac{\partial\boldsymbol{A}}{\partial t}+\sigma\nabla V=\boldsymbol{J}_{\rm ext}.\tag{2.6}$$

如果电流、电压是正弦稳态, 我们可以假设:

$$\boldsymbol{A}(r,t)=\mathcal{R}\{\hat{\boldsymbol{A}}e^{jwt}\},\quad V(r,t)=\mathcal{R}\{\hat{V}e^{jwt}\},\quad \boldsymbol{J}_{\rm ext}(r,t)=\mathcal{R}\{\hat{\boldsymbol{J}}_{\rm ext}e^{jwt}\},\tag{2.7}$$

从而得到频域方程:

$$\begin{gathered}\nabla\times(\nu\nabla\times\hat{\boldsymbol{A}})+jw\sigma\hat{\boldsymbol{A}}+\sigma\nabla\hat{V}=\hat{\boldsymbol{J}}_{\rm ext},\\ \nabla\cdot(jw\sigma\hat{\boldsymbol{A}}+\sigma\nabla\hat{V})=0.\end{gathered}\tag{2.8}$$

相比于时域形式, 频域方程不含时间导数, 简化为复数代数方程, 更易求解.

此外, 我们也可以通过采用磁场的$\boldsymbol{A}$-形式来减少模型的未知数:

$$\sigma\frac{\partial\boldsymbol{A}}{\partial t}+\nabla\times(\nu\nabla\times\boldsymbol{A})=\boldsymbol{J}_{\rm ext}.\tag{2.9}$$

该方程主要是在电场梯度项可以忽略或不影响结果下使用, 常用于分析变压器绕组在短路情况下的机械特性[24, 25]以及计算铁芯磁场分布与漏磁场计算. 其中, 对力的影响的考虑是通过在变压器绕组中引入电流的解析表达式来实现的. 同样, $\boldsymbol{A}$-形式也有频域形式, 假设

$$\boldsymbol{A}(r,t)=\mathcal{R}\{\hat{\boldsymbol{A}}(r)e^{jwt}\},\tag{2.10}$$

代入后可得：

$$\nabla \times (\nu \nabla \times \hat{\boldsymbol{A}}) + jw\sigma \hat{\boldsymbol{A}} = \hat{\boldsymbol{J}}_{\text{ext}}. \tag{2.11}$$

磁场方程的$\boldsymbol{T}$-ϕ形式也经常用到, 譬如在文献[26]中用其来分析分散式变压器绕组的短路电流. 我们引入电流矢势$\boldsymbol{T}$, 满足$\boldsymbol{J} = \nabla \times \boldsymbol{T}$, 这样可以自动满足电荷连续性条件$\nabla \cdot \boldsymbol{J} = 0$.而后我们引入电标势$\phi$, 满足$\boldsymbol{E} = -\nabla\phi$. 将两个等式带入欧姆定律, 可以得到基本控制方程

$$\begin{aligned} \nabla \times (\nu \nabla \times \boldsymbol{T}) &= -\sigma \nabla \phi + \boldsymbol{J}_{\text{ext}}, \\ \nabla \cdot (\sigma \nabla \phi) &= \nabla \cdot \boldsymbol{J}_{\text{ext}}. \end{aligned} \tag{2.12}$$

$\boldsymbol{T}$-ϕ形式常用于求解绕组内部电流分布与铜损, 在绕组区建模时适合与外部电路方程耦合, 但是在非导体区域使用不便, 一般只在绕组区域使用. 此外, 在非导体区域($\sigma = 0$), 方程退化为：

$$\nabla \times (\nu \nabla \times \boldsymbol{T}) = \boldsymbol{J}_{\text{ext}}, \tag{2.13}$$

在很多问题中, 为了减少计算量, 会采用基于磁位标量ϕ_m的模型, 比如磁静态、无自由电流区域, 磁场$\boldsymbol{H}$ 可以由标量势表示：

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}_j - \nabla \phi_m, \tag{2.14}$$

其中$\boldsymbol{H}$是磁场场强向量, $\boldsymbol{H}_j$是源磁场场强向量. 我们可以得到ϕ_m满足的方程：

$$\nabla \cdot (\mu \nabla \phi_m) = \nabla \cdot (\mu \boldsymbol{H}_j). \tag{2.15}$$

该形式只需求解一个标量方程, 计算效率很高, 在文献[27]中, 作者采用该模型来分析3维空间中干式变压器的电磁力. 但倘若区域内存在自由电流, 就无法单独使用该形式.

在处理变压器中电磁场有限元建模时, 区域内既有铁芯, 又有绕组导体区, 因此可以考虑使用分区耦合方法：$\boldsymbol{A}$-$\boldsymbol{T}$混合形式：在非导体区($\boldsymbol{A}$-形式), 方程写为

$$\nabla \times (\nu \nabla \times \boldsymbol{A}) = 0; \tag{2.16}$$

而在导体区($\boldsymbol{T}$-形式), 方程写为

$$\nabla \times (\nu \nabla \times \boldsymbol{T}) = -\sigma \nabla \phi + \boldsymbol{J}_{\text{ext}}. \tag{2.17}$$

耦合条件是在交界面：

$$\boldsymbol{B_A} \cdot \boldsymbol{n} = \boldsymbol{B_T} \cdot \boldsymbol{n}, \quad \boldsymbol{H_A} \times \boldsymbol{n} = \boldsymbol{H} \times \boldsymbol{n}. \tag{2.18}$$

该混合形式能够充分利用两种形式的优势, 并且更容易与电路方程耦合, 在数值上也比较稳定, 常应用于大型电机、变压器有限元分析. 文献[28]提出并验证了$\boldsymbol{A}$-$\boldsymbol{T}$形式来模拟带有高温超导(HTS)绕组的电机,从而能高效捕捉电流分布并计算交流损耗.

实际应用中, 往往根据具体情况选取合适的电磁场方程形式并做数值求解. 电磁场数值求解的主要难点在于大波数条件下的稳定性与精度控制. 随着频率升高, 标准有限元方法会受到污染误差的严重影响, 导致计算精度下降, 因此需要设计合适的数值方法降低污染误差.

2.2.2 温度场方程

利用能量守恒的偏微分方程进行温度场的数值计算, 可以更准确地预测变压器的热工况. 在大多数工程问题中, 该方程通常写作：

$$\rho C_p\left(\frac{\partial T}{\partial t}+\boldsymbol{u}\cdot\nabla T\right)=-\nabla(\lambda\nabla T)+Q, \tag{2.19}$$

其中, ρ是流体密度, λ是热传导率, Q是体积热源, C_p是特定的热容量, T是温度, u是流速. 只$\boldsymbol{u}\cdot\nabla T$表示液体中的对流项, 在固体中此项为0.

文献[12]中考虑流域中的温度场, 给出了以下对流-扩散方程：

$$\begin{aligned}
c_\rho(\frac{\partial T}{\partial t}+\boldsymbol{u}\cdot\nabla T)-\nabla\cdot(k\nabla T)&=\sigma(T)\boldsymbol{E}^2\ \ \text{in}\ \Omega_{\rm h}\times(0,T_{\rm end}),\\
T(0)&=T_0\ \ \text{in}\ \Omega_{\rm h},\\
T&=T_0\ \ \text{on}\ \Gamma_{\rm in}\times(0,T_{\rm end}),\\
-k\frac{\partial T}{\partial\boldsymbol{n}}&=c_\rho(\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{n})(T-T_0)\ \ \text{on}\ \Gamma_{\rm out}\times(0,T_{\rm end}),\\
-k\frac{\partial T}{\partial\boldsymbol{n}}&=h(T^4-T_0^4)+\lambda(T-T_0)\ \ \text{on}\ \Gamma_{\rm r}\times(0,T_{\rm end}),
\end{aligned} \tag{2.20}$$

其中$\Omega_{\rm h}$是离散后的计算区域, $\Gamma_{\rm in}$是内侧边界, $\Gamma_{\rm out}$是外侧边界, $\Gamma_{\rm r}$是油箱Ω_0的外侧边界, 并且T_0是环境温度, c_ρ是恒压比热容乘以材料密度, λ是热对流系数, h是放射系数, k是热传导率, $\boldsymbol{n}$代表垂直于Ω_h的单位外法线向量, $\boldsymbol{u}$代表流体速度. 该方程组是一个典型的流体域的对流-扩散方程, 三个边界条件对应入口边界条件、出口边界条件以及辐射+对流边界条件. 在第三个边界条件中, 第一项为Stefan-Boltzmann辐射换热项, 第二项为线性对流换热项. 方程的热源项取为焦耳热$Q=\sigma(T)\boldsymbol{E}^2$, 与温度相关.

温度场计算的挑战主要体现在非线性与多尺度特性上. 材料的导热系数可能依赖于温度, 导致方程呈现非线性；同时, 电力装备内部可能存在局部强热源和温度梯度, 要求网格在局部区域高分辨率, 而在大尺度区域保持计算效率.

2.2.3 流场方程

流场由Navier-Stokes方程描述. 变压器油域通常采用不可压缩的Navier-Stokes方程[29]：

$$\begin{aligned}
\nabla\cdot\boldsymbol{u}&=0,\\
\rho\left(\frac{\partial\boldsymbol{u}}{\partial t}+(\boldsymbol{u}\cdot\nabla)\boldsymbol{u}\right)&=-\nabla p+\mu\nabla^2\boldsymbol{u}=\rho\mathbf{g}\beta(T-T_{\rm ref}),
\end{aligned} \tag{2.21}$$

其中第一个方程为质量守恒方程, $\boldsymbol{u}$是流体速度向量, 该方程表示流体为不可压缩, 体积流量守恒. 第二个方程是动量守恒方程, 是Navier-Stokes方程+浮力项, 其中ρ是流体密度, $\boldsymbol{u}$是流体速度, p是流体压强, μ是动力黏度, $\mu\nabla^2\boldsymbol{u}$是黏性扩散项, $\rho\boldsymbol{g}\beta(T_{\rm f}-T_{\rm ref})$是浮力项, 采用了Boussinesq近似, 是一个与温差成正比的浮力源, $\boldsymbol{g}$是重力加速度, β是体膨胀系数, $T_{\rm f}$是流体温度, $T_{\rm ref}$是参考温度.

流场数值模拟的主要难点在于非线性和湍流建模. Navier - Stokes 方程高度非线性, 计算稳定性对时间步长和网格尺度敏感；在高雷诺数条件下, 流动呈现湍流特征, 需要额外的湍流模型(RANS、LES、DNS), 其中不同模型在精度和计算代价之间存在权衡.

2.3 多物理场间接耦合方法

2.3.1 电磁场计算

此前我们已经介绍了用于计算电磁场的Maxwell方程的不同形式. 在这一小节中, 我们具体介绍在使用间接耦合方法计算电磁场的常用方程. 文献[12]考虑了磁–热耦合模型, 其中电磁场由准静态Maxwell 方程组(忽略$\partial_t \boldsymbol{D}$)来描述：

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} + \nabla \times \boldsymbol{E} = 0 & \text{in } \Omega \times (0, +\infty), \\ \nabla \times \boldsymbol{H} - \sigma(T)\boldsymbol{E} = \boldsymbol{J}_{\text{ext}} & \text{in } \Omega \times (0, +\infty), \end{cases} \tag{2.22}$$

其中$\boldsymbol{E}$是电场, $\boldsymbol{B}$是磁通量密度, $\boldsymbol{H} = \mu^{-1}\boldsymbol{B}$是磁场, μ 是磁导率, σ是电导率, 由以下公式给出[3]：

$$\sigma(T) = \frac{\sigma_0}{1 + \xi(T - T_0)}, \quad \mu(T) \approx \frac{\mu_0}{1 + \eta(T - T_0)}, \tag{2.23}$$

其中T_0是参考温度, σ_0和μ_0为其参考电导率和磁导率, T为绕组的实际温度, ξ和η是与材料相关的电阻和磁阻温度系数. 温度的升高会导致电导率下降、磁导率变化, 这一热依赖特性正是电磁场与温度场耦合的物理基础. $\boldsymbol{J}_{\text{ext}}$是外加电流密度源项, 满足

$$\operatorname{div} \boldsymbol{J}_{\text{ext}} = 0, \quad \boldsymbol{J}_{\text{ext}}(0) = 0 \tag{2.24}$$

引入磁矢势$\boldsymbol{A}$ 和电标势V 满足

$$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A}, \quad \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} - \nabla V, \tag{2.25}$$

Maxwell 方程组可以转化为以下带库伦规范的$\boldsymbol{A}$-V-$\boldsymbol{A}$ 公式[4, 30, 31]：

$$\begin{cases} \nabla \times \nu \nabla \times \boldsymbol{A} - \nabla \nu \nabla \cdot \boldsymbol{A} + \sigma \nabla V + \sigma \dfrac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} = 0 & \text{in } \Omega_1, \\ \nabla \cdot (\sigma \dfrac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} + \sigma \nabla V) = 0 & \text{in } \Omega_1, \\ \nabla \times \nu \nabla \times \boldsymbol{A} - \nabla \nu \nabla \cdot \boldsymbol{A} = \boldsymbol{J}_{\text{ext}} & \text{in } \Omega_2, \end{cases} \tag{2.26}$$

其中Ω_1是涡流电流区域, Ω_2是无涡流电流区域. 此外, 对涡流电流密度源项$\boldsymbol{J}_{\text{e}} = \sigma \boldsymbol{E}$有约束$\nabla \cdot \boldsymbol{J}_{\text{e}} = 0$, 与此前外加电流密度源项结合, 我们有：

$$\boldsymbol{J} = \boldsymbol{J}_{\text{e}} + \boldsymbol{J}_{\text{ext}}, \quad \operatorname{div} \boldsymbol{J} = 0. \tag{2.27}$$

如果忽略涡流集肤效应, 并将导体视为绞线绕组, 那么$\boldsymbol{J}_{\text{ext}}$只依赖于绕组的几何结构和外加电流. 其表达式为：

$$\boldsymbol{J}_{\text{ext}} = \boldsymbol{t} \frac{n_c}{S_c} I(t), \tag{2.28}$$

其中, $\boldsymbol{t}$为与绕组相切的单位向量, n_c为匝数, S_c为绕组的总横截面积, $I(t)$为每匝电流. 实际上, 在涡流区域(铁芯), 涡流电流密度由变化磁场产生, 即$\boldsymbol{J}=\boldsymbol{J}_{\mathrm{e}}=\sigma\boldsymbol{E}$. 在无涡流导体区域(绕组), 由于绕组铜线通常截面很小, 不会形成闭合涡流, 因此电流密度主要由外加电流决定, 即$\boldsymbol{J}\approx\boldsymbol{J}_{\mathrm{ext}}$. 在无涡流绝缘区域(空气、油), $\sigma=0$, 因此总电流密度为$\boldsymbol{J}=0$.

相比经典的Maxwell方程组(2.22), $\boldsymbol{A}$-V-$\boldsymbol{A}$ 形式的方程的解$(\boldsymbol{A},V)$具有更高的正则性, 因此可以设计更稳定的数值求解格式.

2.3.2 损耗计算

温度场方程的热源来自于材料的电磁损耗, 我们可以大体将其分为铁芯损耗和绕组损耗两部分, 即：

$$p=p_{\mathrm{Fe}}+p_{\mathrm{Copper}}. \tag{2.29}$$

计算铁芯损耗的模型是基于Steinmetz方程

$$p_{\mathrm{Fe}}=C_{\mathrm{SE}}f^{\alpha}\hat{B}^{\beta}, \tag{2.30}$$

其中$\hat{B}=\max_t|\boldsymbol{B}(t)|$是磁通量密度的峰值, f是频率. 方程系数$C_{\mathrm{SE}},\alpha,\beta$ 由损耗模型与实际测量数据对应得到. Steinmetz模型只考虑了磁滞损耗, 并且假设磁通量密度为正弦函数[32]. 在文献[33] 中Jordan 基于Steinmetz 方程, 将铁芯损耗具体分为磁滞损耗和涡流损耗两部分：

$$p_{\mathrm{Fe}}=p_{\mathrm{hyst}}+p_{\mathrm{ec}}=C_{\mathrm{hyst}}f\hat{B}^2+C_{\mathrm{ec}}f^2\hat{B}^2. \tag{2.31}$$

Berttoti [34]进一步考虑了异常损耗, 因此精确度更高. 在工程应用中, Berttoti模型常用于计算变压器、铁心、电机等的铁心损耗, 其由以下公式给出：

$$p_{\mathrm{Fe}}=p_{\mathrm{hyst}}+p_{\mathrm{ec}}+p_{\mathrm{exc}}=C_{\mathrm{hyst}}f\hat{B}^2+C_{\mathrm{ec}}f^2\hat{B}^2+C_{\mathrm{exc}}f^{1.5}\hat{B}^{1.5}, \tag{2.32}$$

其中异常损耗系数基于经验公式

$$C_{\mathrm{exc}}=\sqrt{SV_0\sigma G}, \tag{2.33}$$

其中S表示冲片试样的横截面积, $G\approx 0.136$是涡流阻尼的无量纲系数, σ表示冲片的电导率, V_0则表征局部矫顽场的统计分布, 并考虑了晶粒尺寸的影响. 同样, 方程中的系数需要经验数据或者通过实验数据拟合得到, 譬如通过最小二乘法等方法.

绕组损耗p_{Copper}也称为铜损, 是由于电流流过导体绕组时产生的电阻性损耗, 绕组损耗主要包括两部分：直流损耗与附加损耗. 直流损耗是电流在导体中流动时, 由于导体电阻产生的焦耳热, 是绕组损耗的主要部分, 附加损耗则是由交流效应和漏磁场引起的涡流损耗等组成. 求解铜损的一类方法是通过电流直接计算. 对于直流情况,

$$p_{\mathrm{DC}}=I_{\mathrm{rms}}^2R_{\mathrm{DC}}, \tag{2.34}$$

其中I_{rms}是绕组电流的有效值, R_{DC}是绕组的直流电阻, 直流电阻可以根据几何尺寸和材料性质计算：

$$R_{\mathrm{DC}}=\rho\frac{l}{A}, \tag{2.35}$$

其中ρ是导体电阻率, l是导体长度, A是导体横截面积. 对于交流情况, 需要考虑肌肤效应和邻近效应, 实际电阻更大, Salon在文献[35]有介绍实际电阻计算公式：

$$p_{\mathrm{AC}} = I_{\mathrm{rms}}^2 R_{\mathrm{AC}}, \tag{2.36}$$

$$R_{\mathrm{AC}} = k_{\mathrm{skin}} k_{\mathrm{prox}} R_{\mathrm{DC}}, \tag{2.37}$$

其中k_{skin}是肌肤效应系数, k_{prox}是邻近效应系数[36]. 因此, 总的铜损计算为：$p_{\mathrm{Copper}} = p_{\mathrm{DC}} + p_{\mathrm{AC}}$.

电流计算铜损的方法精度较低, 而且需要确定各项系数, 经验系数通常有不确定性. 实际应用中往往通过计算电磁场以及利用焦耳热公式直接得到铜损：$p = \boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{E}$. 注意到在绕组中, 电流密度主要由外加电流密度$\boldsymbol{J}_{\mathrm{ext}}$ 决定. 这类方法同样适用于铁芯涡流损耗计算, 可以避免估计Berttoti模型对应的系数. 因此, 温度场的热源表达式可统一写为：

$$Q(x,t) = \begin{cases} \boldsymbol{J}_{\mathrm{ext}} \cdot \boldsymbol{E} = \sigma_{\mathrm{Copper}}^{-1} |\boldsymbol{J}_{\mathrm{ext}}|^2 & \text{绕组}, \\ \sigma_{\mathrm{Fe}} |\boldsymbol{E}|^2 + C_{\mathrm{hyst}} f \hat{B}^2 + C_{\mathrm{exc}} f^{1.5} \hat{B}^{1.5}, & \text{铁芯}, \\ 0, & \text{空气/油}. \end{cases} \tag{2.38}$$

2.3.3 温度场-流场耦合方程

通过电磁场方程计算电磁损耗后, 这些损耗以体积热源分布的形式传递给热场, 成为温升分析的输入.

温度场-流场耦合模型由以下不可压缩的Navier-Stokes方程[29] 和对流扩散方程[37]联合描述：

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \\ \rho \left(\dfrac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{g} \beta (T - T_{\mathrm{ref}}), \\ \rho c_p \left(\dfrac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T \right) = \nabla \cdot (k \nabla T) + Q. \end{cases} \tag{2.39}$$

其中, 第一个方程为质量守恒方程, $\boldsymbol{u}$是流体速度向量, 该方程表示流体不可压缩. 第二个方程是动量守恒方程, 其中ρ表示流体密度, p表示流体压强, $\mu \nabla^2 \boldsymbol{u}$是黏性扩散项, $\rho \boldsymbol{g} \beta (T - T_{\mathrm{ref}})$是采用了Boussinesq 近似的浮力项, 这里$\boldsymbol{g}$是重力加速度, β是体膨胀系数, T表示流体温度, T_{ref}是参考温度. 第三个方程是流场方程, 其中c_p是定压比热容, k是导热系数, Q表示体积热源.

通过求解温度场-流体场耦合方程, 我们可以得到变压器不同部件的温度分布以及热点温度, 由此可以得知油流路径是否畅通, 流速是否均匀[18], 并为故障预测分析提供重要依据[4].

2.3.4 间接耦合计算

温度的变化会导致电磁材料特性的变化, 从而反过来影响电磁场方程. 电磁、温度、流场的耦合常采用间接耦合方法. 假设电磁场是周期稳态的, 工频$f = 50/60$ Hz, 电磁周期

为$T_{\text{period}} = 1/f$. 温度响应的时间常数往往是秒级到分钟级, 远远大于电磁场的周期(毫秒级), 因此在热传导方程里, 不会去解每个电磁周期的瞬态温度, 而是直接采用电磁场损耗的周期平均值作为热源项：

$$Q_{\text{avg}}(x) = \frac{1}{T_{\text{period}}} \int_0^{T_{\text{period}}} \boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{E} \, \mathrm{d}t. \tag{2.40}$$

多场(间接)耦合计算的算法如下： 其核心思想是在每个热时间步内迭代更新电磁参数,

Algorithm 1 多物理场耦合计算

```
给定初始温度T_0 以及热场时间最大步数N_th, 并记j = 1；
while j ≤ N_th do
    令T_j = T_{j-1}
    repeat
        令T = T_j, 更新电磁参数ν(T)和σ(T);
        求解Maxwell方程组(2.22) 或A-V-A 公式(2.26), 得到电场E(x,t)；
        利用损耗公式(2.38) 及(2.40) 计算热源Q(x);
        求解温度场–流场方程(2.39), 得到新的温度场T_j;
    until |T − T_j| ≤ 0.01;
    j = j + 1;
end while
输出温度场T = {T_j}.
```

求解电磁场并计算损耗, 再将其作为热源输入热 - 流体方程, 直至温度场收敛.

求解电场$\boldsymbol{E}(x,t)$的初始条件一般选为$\boldsymbol{E}(0) = 0$ 或上一个热时间步得到的电场, 电场和温度场、流场的边界条件根据实际情况而定. 算法的收敛准则采用的是常用准则, 可以根据实际情况进行调整.

3 多物理场数值计算方法

3.1 数值离散模型

算法1 中需要采用数值计算方法求解电磁场方程(2.26) 或$\boldsymbol{A}$-V-$\boldsymbol{A}$ 公式(2.26), 以及温度场–流场方程(2.39). 本节我们会分别介绍常用的数值计算方法, 以及针对不同模型的一些常见处理.

3.1.1 常见数值计算方法

最常用的数值模型包括有限元方法(FEM),有限体积法(FVM),有限差分法(FD)以及机器学习方法, 这些方法都各有优缺点. citeref43指出, 在求解物理问题时, 有限差分与有限体积方法处理动力学问题时都有稳定解, 而有限元方法在处理有复杂计算区域, 非均匀物理性质

的问题展现出高效率与精度. 接下来, 我们通过以下Poisson方程来介绍这些常用方法：

$$\nabla\cdot(\nabla u)=F,\quad \text{in } \Omega,$$
$$u=0,\quad \text{on } \partial\Omega,$$

其中u是物理场的解, F表示场源函数, $\partial\Omega$表示计算区域的边界.

有限元方法

我们通过对方程左右同乘测试函数ϕ,而后同时对两侧关于区域Ω进行积分, 可得：

$$\int_\Omega \nabla\cdot(\nabla u)\phi\,dV=\int_\Omega F\phi\,dV, \tag{3.1}$$

利用分部积分公式可得

$$\int_{\partial\Omega}(\nabla u\cdot\boldsymbol{n})\phi\,dS-\int_\Omega \nabla u\cdot\nabla\phi\,dV=\int_\Omega F\phi\,dV, \tag{3.2}$$

其中$\boldsymbol{n}$表示边界上的单位外法向量. 该方程被称为Poisson方程的弱形式. 为了得到u的近似解, 我们选择多项式函数来作为测试函数, 并要求测试函数在边界$\partial\Omega$ 为0. 假设近似解u_h属于测试函数所张成的有限维空间中, 即：

$$u_h(x)=\sum_{i=1}^N u_i\psi_i(x), \tag{3.3}$$

其中ψ_i是有限维空间的基函数. 因此, 有限元解u_h满足以下线性方程组：

$$-\sum_{i=1}^N u_i\int_\Omega \nabla\psi_i\cdot\nabla\psi_j\,dV=\int_\Omega F\psi_j\,dV, \tag{3.4}$$

求解上述线性代数方程组即可得近似解u_h. 有限元方法具备完备的收敛性与误差估计理论, 在高精度可扩展性以及复杂几何与多物理场建模能力方面具有明显优势, 因此在结构力学、电磁场、热传导及多物理场耦合计算等领域得到了广泛应用[39–41].

有限体积法

有限体积法是一种基于守恒原理的数值离散方法, 广泛用于计算流体力学、电磁场、传热传质等偏微分方程的数值求解. 其基本思想是：将计算域划分为若干个不重叠的控制体, 并对控制体内的守恒方程进行积分, 从而将偏微分方程转化为代数方程组.

在上述公式(3.2) 中, 令测试函数$\phi=1$可得

$$\int_{\partial\Omega}\nabla u\cdot\boldsymbol{n}\,dS=\int_\Omega F\,dV. \tag{3.5}$$

有限体积法通过高精度的数值通量近似(如中心格式、迎风格式等)实现面通量的离散化. 有限体积法的离散形式直接来源于控制方程的积分表达式, 因此其数值解能够严格满足质量、动量与能量等局部与全局守恒定律, 从而在物理一致性方面具有天然优势. 此外, 该方法可灵

活适配非结构网格(如三角形、四面体及任意多面体单元), 适用于复杂几何域问题. 凭借其守恒性与几何灵活性, 有限体积法已被广泛应用于流体力学及多物理场耦合问题的数值模拟.

有限差分法

有限差分法是一种基于导数近似的经典数值离散方法, 其基本思想是利用网格节点上的差分算子来近似偏导数, 从而将偏微分方程转化为代数方程组. 不妨假设区域$\Omega = (0, L_x) \times (0, Ly)$, 我们取均匀网格$\{(x_i, y_j) : x_i = ih_x, y_j = jh_y\}$, 其中$h_x$和$h_y$分别为$x$轴和$y$轴的网格尺寸. 记$u_{i,j} = u(x_i, y_j)$, 采用中心差分五点格式可得：

$$\frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{h_x^2} + \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{h_y^2} = F(x_i, y_j).$$

从而可得到线性方程组$Au = f$, 可以采用对应的一些CG、multigrid, SOR等方法求解. 当F非线性时, 可以采用牛顿迭代进行求解.

有限差分法具有概念简单、易于实现、计算效率高等优点, 尤其在规则网格与简单几何域(如矩形或立方体)中表现优异. 其数值精度可通过提高差分格式阶次来改进, 常见格式包括迎风差分、中心差分及紧致差分等. 然而, 该方法在复杂几何域或非结构网格中的适用性较差, 难以保持几何灵活性和局部守恒性.

机器学习

在数值计算多物理场领域, 机器学习(Machine Learning)和深度学习(Deep Learning)逐渐被引入, 用于解决传统方法计算量大、收敛慢、模型难以难以实时求解的问题.

常用的机器学习方法包括物理信息神经网络(PINNs),降阶建模(ROM)、强化学习(RL)等. PINNs是将PDE方程作为损失函数的一部分, 直接训练网络满足物理定律. 文献[42]运用PINNs, 用一个深度神经网络来近似PDE的解$u(x,t)$, 该方法在计算过程中能够满足PDE物理规律, 并且能够处理高维问题以及复杂几何边界. 在电磁-热耦合计算中, 能够用PINNs替代FEM, 直接预测绕组损耗分布与温度变化. ROM是结合正交分解(POD)、Autoencoder等技术, 在保持物理一致性的同时降低计算复杂度, 在热-流体耦合计算中, 可以采用降阶模型加速CFD, 快速预测油浸式变压器的油流速度场和热点温度. 强化学习则是可以用于优化设计、在仿真-优化过程中减少迭代.

方法比较

最后我们比较、说明各个方法的优缺点. [43]在油浸式变压器多物理场模型中采用有限元方法来计算变压器线圈损失, 采用有限体积法来建立一个预测热点温度的热模型. 文献[44]指出在软件中使用有限元方法, 其对网格种类和质量比较敏感. 在水力问题的离散近似中, 采用有限体积法所耗时间更少. 总的来说, 有限元方法(FEM)适用于电磁场计算、热传导问题, 可以适应复杂几何形状和非均匀材料, 并且易于与多物理场模块耦合, 缺点主要在于计算和储存代价大. 有限体积法(FVM)适用于流体场模拟, 能够稳定处理对流占优问题, 缺点在于复杂几何处理比较复杂, 电磁场求解效果有限. 有限差分法(FDM)主要用于理论验证和处理一些简化模型, 更多用于理论研究和算例验证. 此外, 考虑无限区域磁场或者外部电磁干扰时, 边界元方法(BEM)可以作为FEM的补充. 与传统方法相比, 机器学习方法对数据需求更小, 计

算高维问题能够避免维数灾难, 能够处理复杂几何与复杂边界条件. 但训练成本高, 精度与稳定性有限, 大规模计算尚不成熟. 在实际工程中, 主要还是采用FEM与FVM.

3.2 多物理场仿真计算平台介绍

随着电力装备向高电压、大容量和紧凑化方向发展, 其内部电磁、热、流体和结构等物理场的耦合效应愈加显著. 单一物理场建模已难以全面反映设备运行机理, 因而需要依赖多物理场仿真平台来实现对复杂耦合过程的统一描述与计算. 目前常见的多物理场仿真平台主要包括COMSOL Multiphysics、ANSYS 系列、OpenFOAM 以及CFX/Star-CCM+ 等.

COMSOL Multiphysics 基于有限元方法(FEM), 内置电磁、热、流体、固体力学等多个物理模块, 支持强耦合与弱耦合分析. 其优势在于多物理场之间的灵活组合与耦合, 常用于变压器铁芯损耗建模、局部放电电场分布模拟等研究.

ANSYS 系列平台采用模块化结构：Maxwell 面向电磁场计算, Fluent 用于流体与传热分析, Mechanical 负责力学与振动研究, Workbench 提供跨模块数据交互. 该平台广泛应用于电磁 - 热 - 流体耦合计算以及电机噪声振动分析, 在工程问题求解方面具有较强适用性.

OpenFOAM 是一款开源的基于有限体积法(FVM)的计算流体力学(CFD)工具, 适合高精度流体 - 热分析与大规模并行计算. 其优势在于可扩展性强, 并可与Maxwell、COMSOL 等电磁仿真结果耦合, 因此在复杂冷却结构的建模研究中应用广泛.

CFX/Star-CCM+ 属于成熟的商业CFD 软件, 具有完善的流体 - 热分析功能, 在工业级流体动力学与传热问题中表现突出, 常用于电力装备冷却设计与验证.

总体而言, 各平台各具特色：COMSOL 在多物理场强耦合方面灵活度高, ANSYS 在工程应用中成熟可靠, OpenFOAM 适合大规模并行计算与定制化扩展, 而CFX/Star-CCM+ 在工业流体分析中具有优势. 研究人员应根据研究目标、计算资源及应用场景合理选择合适的仿真工具.

4 多物理场建模的应用：局部放电检测

监测变压器内部局部放电(Partial Discharge, PD)活动是预测性维护的重要手段. 局部放电能够反映绝缘系统早期缺陷, 其定位与量化对保障电力装备的安全运行至关重要. 到目前, 变压器局部放电监测有多种方法, 包括IEC 60270 定义的标准方法[45],电气法(Electrical)[46, 47], 溶解气体分析(DGA) [48–50], 声学法[51–53], 以及特高频方法(UHF) [54–62]. 由于具有高灵敏度、三维定位能力以及抗噪声测量等优点, 超高频(UHF)PD检测方法近年来受到了越来越多的关注.

在UHF 定位方法中, 局部放电产生的电磁波经不同路径传播并被UHF 传感器接收, 通过分析各传感器接收信号的时间差(TDOA), 可反演得到放电源的位置. 为了进一步提升定位精度, 需要借助多物理场建模来计算变压器内部电磁波的传播规律, 从而建立时间差与空间位置的准确映射关系. 因此, 本章将从信号接收特性和定位算法两个层面, 阐述多物理场建模对UHF 定位方法精度提升的作用.

4.1 信号接收

传感器的性能与传感器的位置会直接影响接收时间的准确性. UHF天线是接收电磁波的传感器元件, 文献[58]介绍了UHF 传感器在局部放电检测中的设计与开发过程, 传感器开发的第一步就是设计制造UHF天线. 本节我们会介绍UHF天线设计、安装位置和接收时间计算.

4.1.1 UHF天线设计

UHF 传感器(天线)设计需兼顾带宽、灵敏度和方向性, 文献[59, 60]均介绍了新型天线设计, 文献[60]设计了一种多元素单极天线或Goubau 天线, 并使用FDTD 方法研究了由变压器的铁芯和绕组引起的UHF 信号的时间延迟效应对局部放电(PD)检测的影响.

在选择UHF传感器设计时, 我们需要有一套评判准则. 文献[61] 提出并讨论了一种新的超高频(UHF)方法校准流程, 并确定了所安装传感器的性能.

天线的灵敏度取决于其设计与电磁波波长的关系. 天线可以通过不同的特性来描述, 例如有效长度l_{eff} 或天线因子(Antenna Factor, AF), 其定义如下：

$$AF(f) = \frac{E(f)}{U(f)}, \tag{4.1}$$

其中$U(f)$ 是天线终端的电压, $E(f)$是天线处的电场强度. AF 值很小意味着更高的灵敏度则天线更受青睐.

4.1.2 UHF天线位置安装

文献[59]引入了一种自动化算法, 用于确定天线的最佳安装位置, 以提高定位精度.

变压器中的局部放电(PD)可能发生在所有承受高电场的关键点. 这些关键点可以称为潜在局部放电位置(PPDL). 天线定位的主要目标是找到安装四个天线的最佳位置, 以实现潜在局部放电位置(PPDL) 之间的CTD 向量的最大区分度.

寻找天线最佳位置的算法如下：首先, 确定变压器内部体积中的高电场临界区域, PD 可能发生的地方. 然后, 将这些区域划分为一些较小的体积, 并将其中心点视为潜在局部放电位置(PPDL). 接下来, 指定油箱上适合安装天线的候选位置. 然后, 从这些候选位置中选择四个天线安装位置. N_{ant}个候选位置的四元子集数量为：

$$C(N_{ant}, 4) = N_{ant}!/[(N_{ant} - 4)! \times 4!]. \tag{4.2}$$

对于每种四个天线位置的组合, 计算变压器内部所有潜在局部放电位置(PPDL)的CTD 向量. 每个PPDL 可以通过一个三维图中的点来表示, 这个图称为时间差图. 变压器体积内的PPDL 会从三维空间坐标转换为三维时间坐标. 如果变压器内确定了N_{PD} 个位置作为PPDL, 则在时间差图中两个点之间的欧几里得距离的数量将等于这些NPD 点的2 元组合的数量. 可以使用具有相似值的欧几里得时间距离数量来生成统计直方图. 这个统计分布称为时间距离频率(TDF)分布. 可以从这个分布中提取所有PPDL 对之间的最小值、最大值和平均值的欧几里得时间距离. 此外, 还可以使用成本函数来提取TDF 分布的整体特性：

$$TDF_{Cost} = \frac{\Sigma_{i=1}^{N} \frac{f_i}{(d_i)^n}}{N}. \tag{4.3}$$

在其中, N 是TDF 分布的水平轴(欧几里得时间距离轴)上的分割数量, f_i 是该分布中与d_i 相似的欧几里得时间距离的数量, 正整数n 是控制参数. 这个过程对于每种可能的四个天线位置组合都会重复. 最后, 通过比较提取的优点特征来选择最佳的四个天线位置.

具有较高最小值、最大值和平均时间距离以及较低的TDF_{Cost} 的配置将导致更准确的PD 定位. 由于最小时间距离决定了PPDLs 之间的最小区分度, 它比其他特征更为重要. 因此, 它被用作寻找四个天线组合最佳和最差情况的主要特征. 此外, 由于TDF_{Cost} 展示了天线配置的TDF 分布的整体特性, 它被视为判断天线位置优劣的第二重要特征.

4.1.3 接收时间的测量方法

1. 累积能量法(Cumulative Energy Method)

   在累积能量法中, 通过下方方程将电压信号转换为能量信号, 并将其拐点的起始位置视为局部放电(PD)信号的起始点：

$$E(m) = \Sigma_{i=1}^{m} v_i^2. \tag{4.4}$$

   式中v_i表示超高频信号的第i个采样值. 能量曲线的拐点被定义为背景噪声开始被有效信号取代的时间节点. 然而, 当信号传输过程中因反射路径或较长并行路径产生的延迟电磁能量(在信号初期阶段)高于最短路径传输能量时, 累积能量法可能无法形成清晰可辨的拐点特征.

2. 能量判据法(Energy Criterion Method)

   在能量判据法中, 通过下方方程定义的能量信号最小值对应的时间节点被设定为超高频信号的起始点：

$$S(m) = \Sigma_{i=1}^{m} v_i^2 - m\delta, \tag{4.5}$$

$$\delta = \frac{\Sigma_{i=1}^{N} v_i^2}{N}. \tag{4.6}$$

   在此方法中, N为总采样数. 当反射路径传输的电磁能量高于最短路径传输能量时, 该方法可能无法正确判定超高频信号的起始时刻.

3. 平均时间窗阈值法(Average Time Window Threshold Method)

   在阈值法中, 当超高频信号的绝对值或平方值首次超过预设阈值时, 该时间点即被判定为信号起始时刻. 平均时间窗阈值法的新方通过在时间轴上滑动窗口, 计算窗口内信号v的平均值, 并按如下方式生成处理后的信号：

$$T(m) = \frac{1}{w}\Sigma_{i=m-w+1}^{m} |v_i|,\ m \geq w, \tag{4.7}$$

   式中, w表示时间窗的宽度. 该参数需根据超高频信号的频谱特性, 通过下方方程计算确定：

$$w = \frac{1}{2f_d}, \tag{4.8}$$

$$f_d = \frac{\Sigma_{i=1}^{N} f_i \cdot V(f_i)}{\Sigma_{i=1}^{N} V(f_i)}. \tag{4.9}$$

式中, f_d表示基于超高频信号频谱$V(f)$计算得到的平均频率. 该方法通过信号平滑处理有效消除振荡干扰, 从而能够清晰辨识信号的起始时刻.

4.2 局部放电定位算法

文献[54]提出了一种在电力变压器内部定位局部放电源(PD) 的方法, 该方法通过在变压器内部布置接收天线检测超高频(UHF)电磁波, 并采用基于粒子群优化算法的定位策略求解放电源坐标.

局部放电定位方法

为实现基于电磁波到达时间的局部放电源(PD)精确定位, 须将变压器有源部件的电磁波传播调制效应纳入局部放电定位算法设计中. 因为电磁波有时无法直接沿着最短路径从缺陷位置传播到天线位置. 在传播过程中, 这些电磁波会在变压器内部遇到不同材料而发生反射和衰减. 文献[57]利用CST 软件, 研究了变压器内部存在有源部件和油箱对变压器内PD 超高频(UHF)波传播的影响.

文献[55]则是在文献[54]基础上进行改进, 提出了一种电力变压器局部放电定位算法, 其核心创新在于通过求解电磁场耦合模型, 精确估计超高频(UHF)传感器信号间的到达时间差(TDOA). 相较于传统方法, 该算法能够在定位模型中量化电磁波传播路径中的反射、折射与衍射效应, 从而显著提升复杂结构变压器内部放电源的定位精度.

1. 传感器位置

   传感器须满足以下安装要求：最大空间间距部署且几何非共面布局. 具体而言, 所有传感器必须安装于变压器油箱表面, 并同时满足传感器间距最大化(以增强时差测量灵敏度)与空间位置非共面分布(避免几何对称性导致的定位模糊).

2. 变压器模拟

   为此, 首先需要对电力变压器进行建模. 随后, 创建一个由尺寸为$\Delta x \times \Delta y \times \Delta z$ 的单元格组成的三维矩阵, 用以表示变压器模型中的各个位置, 其中三维空间中的每一个点通过坐标$x = i\Delta x$、$y = j\Delta y$、$z = k\Delta z$ 表示, 如下图所示.

3. 传播矩阵计算

   一旦建立了离散化的变压器模型(表示为矩阵$C(i, j, k)$), 第三步就是计算从三维空间中每个单元格到设备油箱上UHF 传感器的超高频信号传播时间. 起初, 假设从其中一个传感器$n = \{1, 2, ..., N\}$ 中注入一个校准脉冲, 并通过求解多物理层耦合模型计算电磁信号从每个模型单元$C(i, j, k)$ 传播到传感器的时间Δt_n. 然后, 改变校准脉冲的发射源, 依次对其他每个传感器重复该过程. 通过这种方式, 总共执行N 次计算仿真, 最终获得N 个传播时间矩阵$C(i, j, k)\{n\}$.

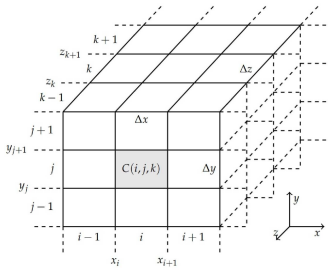


图 4 3D 坐标矩阵展示

4. 解3D最优化问题的二进制粒子群优化算法(BPSO)

一旦为每个传感器n 获得了传播矩阵$C(i,j,k)\{n\}$, 我们就可以在建模的变压器中进行局部放电(PD) 定位. 首先测量信号到达传感器1 到N 的到达时间差(TDOA), 然后通过确定使下述目标函数最小化的单元格来完成PD 的定位:

$$cost(C_{i,j,k}) = \sqrt{(\Delta t_{12}^m - \Delta t_{12}^C)^2 + (\Delta t_{13}^m - \Delta t_{13}^C)^2 + \cdots + (\Delta t_{1N}^m - \Delta t_{1N}^C)^2}, \quad (4.10)$$

其中, 上标m 和C 分别表示单元格$C_{i,j,k}$ 的测量时间和计算时间. 换句话说, 该定位方法的核心是, 在空间中搜索使时间延迟与测量数据在给定容差范围内相符的单元格(或一组单元格). 为了求得上述目标函数的最小值, 可以采用二进制粒子群优化(BPSO)算法.

综上, 基于多物理场建模的UHF 局部放电检测方法, 能够在信号获取、接收时间判定和定位算法三个方面显著提升检测精度, 为工程应用提供理论与方法支持.

5 总结

本文综述了油浸式变压器多物理场建模的研究进展. 首先介绍了变压器多物理场的几何建模与数学建模方法, 讨论了如何针对不同物理过程选择合适的数学方程进行描述. 随后比较了有限元方法、有限体积方法等常见数值计算方法, 分析了其优缺点及适用范围. 在电磁–热–流体耦合建模方面, 本文给出了典型的间接耦合计算流程与算法框架. 在应用层面, 本文重点讨论了基于多物理场建模的局部放电检测方法, 尤其是UHF 定位技术. 该方法通过接收局部放电产生的特高频电磁信号, 结合多物理场中电磁波传播规律, 利用时间差反演实现缺陷位置的识别. 进一步地, 研究表明通过多物理场耦合可以有效提高信号传播时间计算的精度, 从而增强定位算法的可靠性与准确性. 总体而言, 多物理场建模为变压器局部放电检测提供了从机理分析到工程应用的完整技术路径, 对提升设备状态监测与故障诊断水平具有重要意义.

参 考 文 献

[1] 杨帆, 郝翰学, 王鹏博等. 电力装备多物理场数值计算发展现状[J]. 高电压技术, 2023, 49(6): 2348–2364.

[2] 杨子坚, 司马文霞, 杨鸣等. 融合流-热场耦合仿真与EEMD-LSTM 网络的油浸式变压器热点温度快速预测方法[J]. 高电压技术, 2025, 51(3): 1220–1232.

[3] 谭又博, 余小玲, 臧英等. 谐波电流对换流变压器绕组损耗及温度分布特性的影响[J]. 电工技术学报, 2023, 38(2): 542–553.

[4] Smolyanov I, Shmakov E, Butusov D, et al. Review of modeling approaches for conjugate heat transfer processes in oil-immersed transformers[J]. Computation, 2024, 12: 97.

[5] Li P, Zhang S, Zhu M, et al. Hot spot prediction based on SVM and multi-physical field coupling[C]//4th International Conference on Information Science, Electrical, and Automation Engineering (ISEAE 2022): Vol. 12257. SPIE, 2022: 290–302.

[6] 荆澜涛, 董雪情, 杨超等. 面向数字孪生应用的变压器温度场有限元降阶建模方法研究[J]. 高电压技术, 2023, 49(6): 2408–2419.

[7] 洪伟. 计算电磁学研究进展[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2002, 32(3): 335–339.

[8] 李子欣, 高范强, 赵聪等. 电力电子变压器技术研究综述[J]. 中国电机工程学报, 2018, 38(5): 1274–1289.

[9] Wu L, et al. Electromagnetic-thermal multi-physics coupling simulation of a high-voltage cable joint[J]. Frontiers in Energy Research, 2024.

[10] Zhou J, Li B, He Y, et al. Electro-thermal-mechanical multiphysics coupling failure analysis based on improved IGBT dynamic model[J]. IEEE Access, 2019, 7: 174155–174166.

[11] 李永建, 闫鑫笑, 张长庚等. 基于磁-热-流耦合模型的变压器损耗计算和热点预测[J]. 电工技术学报, 2020, 35(21): 4483–4491.

[12] Li X, Zheng W, Mao S. On the magneto-heat coupling model for large power transformers[J]. Communications in Computational Physics, 2017, 22(3): 683–711.

[13] 黄天超, 王泽忠, 李宇妍. 换流变压器直流偏磁对油箱涡流损耗的影响[J]. 电工技术学报, 2023, 38(8): 2004–2014.

[14] 邓永清, 阮江军, 龚宇佳等. 基于参数热等效的10kV 变压器温度流体场三维仿真计算[J]. 电力自动化设备, 2021, 41(4): 212–218.

[15] 李欢, 刘云鹏, 王佳雪等. 油浸式配电变压器动态热模型分析及其试验验证[J]. 中国电机工程学报, 2023, 43(1): 389–398.

[16] 阮江军, 张宇, 张宇娇等. 电气设备电磁多物理场数值仿真研究与应用[J]. 高电压技术, 2020, 46(3): 739–756.

[17] 国家知识产权局. 一种基于磁-热-流耦合的变压器热稳定计算方法[Z]. 2017.

[18] Feng X, et al. Magnetic-thermal-flow field coupling simulation of oil-immersed transformer[J]. IEEE Access, 2024, 12: 65462–65470.

[19] Diao G, Ni H, Si W, et al. Multi-physics numerical research in oil-immersed three-phase transformer under load unbalance[J]. Energies, 2025, 18(5): 1217.

[20] 谢毓城. 电力变压器手册(第2 版)[M]. 机械工业出版社, 2014.

[21] COMSOL. E-core transformer[EB/OL]. https://www.comsol.com/model/e-core-transformer-14123.

[22] COMSOL models. Computation of losses in a three-phase power transformer[EB/OL]. https://www.comsol.com/model/computation-of-losses-in-a-three-phase-power-transformer-54471.

[23] Lapworth J. Transformer thermal modelling[Z]. 2016.

[24] Chen Q, Wang S, Lin D, et al. Analysis of mechanical characteristics of transformer windings under short circuit fault[C]//2018 12th International Conference on the Properties and Applications of Dielectric Materials (ICPADM). Xi’an, China, 2018: 752–755.

[25] Wang S, Wang S, Zhang N, et al. Calculation and analysis of mechanical characteristics of transformer windings under short-circuit condition[J]. IEEE Trans. Magn., 2019, 55: 1–4.

[26] Li L, Liu X, Zhu G, et al. Research of short-circuit performance of a split-winding transformer with stabilizing windings[J]. IEEE Trans. Appl. Supercond., 2019, 29: 0601106.

[27] Lefevre A, Miegeville L, Fouladgar J, et al. 3-D computation of transformers overheating under nonlinear loads[J]. IEEE Trans. Magn., 2005, 41: 1564–1567.

[28] Benkel T, et al. T–A-formulation to model electrical machines with HTS coated conductor coils[J]. IEEE Transactions on Applied Superconductivity, 2020, 30(6): 1–7.

[29] Ragunathan A. Numerical investigation of natural convection of oil flow in transformer[D]. Norwegian University of Science and Technology, 2020.

[30] Tang Renyuan, Wang Shenghui, Li Yan, et al. Transient simulation of power transformers using 3D finite element model coupled to electric circuit equations[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2000, 36(4): 1417–1420.

[31] Song H, Ida N. An eddy current constraint formulation for 3D electromagnetic field calculations[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1991, 27(5): 4012–4015.

[32] Krings A, Soulard J. Overview and comparison of iron loss models for electrical machines[J]. Journal of Electrical Engineering, 2010, 10(3): 162–169.

[33] Jordan H. Die ferromagnetischen konstanten für schwache Wechselfelder[J]. Elektr. Nach. Techn., 1924, 1: 8.

[34] Bertotti G. General properties of power losses in soft ferromagnetic materials[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1988, 24(1): 621–630.

[35] Salon S J. Finite element analysis of electrical machines[M]. Boston, MA: Kluwer Academic Publishers, 1995.

[36] Dowell P L. Effects of eddy currents in transformer windings[J]. Proceedings of the IEE, 1966, 113(8): 1387–1394.

[37] Ruan J, Deng Y, Huang D, et al. HST calculation of a 10 kV oil-immersed transformer with 3D coupled-field method[J]. IET Electric Power Applications, 2020, 14: 921–928.

[38] Mattiussi C. The finite volume, finite element, and finite difference methods as numerical methods for physical field problems[M]//Advances in Imaging and Electron Physics: Vol. 113. Amsterdam, The Netherlands: Elsevier, 2000: 1–146.

[39] Lecuna R, Delgado F, Ortiz A, et al. Thermal-fluid characterization of alternative liquids of power transformers: a numerical approach[J]. IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., 2015, 22: 2522–2529.

[40] Daghrah M, Zhang X, Wang Z, et al. Flow and temperature distributions in a disc type winding-part I: forced and directed cooling modes[J]. Appl. Therm. Eng., 2020, 165: 114653.

[41] Qiu H, Wang S, Sun F, et al. Transient electromagnetic field analysis for the single-stage fast linear transformer driver with two different configurations using the finite-element method and finite integration technique[J]. IEEE Trans. Magn., 2020, 56: 7515805.

[42] Raissi M, Perdikaris P, Karniadakis G E. Physics-informed neural networks: a deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations[J]. J. Comput. Phys., 2019, 378: 686–707.

[43] Ilka R, He J, Yin W, et al. Multi-physics modeling and simulation of oil-immersed power transformers based on 3D finite element analysis and finite volume method[C]//2022 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting (IAS). Detroit, MI, USA, 2022: 1–6.

[44] Jeong W, Seong J. Comparison of effects on technical variances of computational fluid dynamics (CFD) software based on finite element and finite volume methods[J]. Int. J. Mech. Sci., 2014, 78: 19–26.

[45] Commission I E. High-voltage test techniques: partial discharge measurements: IEC 60270[R]. Geneve, Switzerland: IEC, 2000.

[46] Akbari A, Werle P, Borsi H, et al. Transfer function based partial discharge localization in power transformers: a feasibility study[J]. IEEE Electr. Insul. Mag., 2002, 18(5): 33–32.

[47] MazhabJafari A, Akbari A, Mirzaei H R, et al. Investigating practical experiments of partial discharge localization in transformers using winding modeling[J]. IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., 2008, 15(4): 1174–1182.

[48] de Faria J H, Costa J, Olivas J. A review of monitoring methods for predictive maintenance of electric power transformers based on dissolved gas analysis[J]. Renew. Sustain. Energy Rev., 2015, 46: 201–209.

[49] Faiz J, Soleimani M. Dissolved gas analysis evaluation in electric power transformers using conventional methods a review[J]. IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., 2017, 24: 1239–1248.

[50] Sun C, Ohodnicki P, Stewart E. Chemical sensing strategies for real-time monitoring of transformer oil: a review[J]. IEEE Sens. J., 2017, 17: 5786–5806.

[51] Qian S, Chen H, Xu Y, et al. High sensitivity detection of partial discharge acoustic emission within power transformer by sagnac fiber optic sensor[J]. IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., 2018, 25: 2313–2320.

[52] Liu H. Acoustic partial discharge localization methodology in power transformers employing the quantum genetic algorithm[J]. Appl. Acoust., 2016, 102: 71–78.

[53] Wang Y, Chang D, Fan Y, et al. Acoustic localization of partial discharge sources in power transformers using a particle-swarm-optimization-route-searching algorithm[J]. IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., 2017, 24: 3647–3656.

[54] Mirzaei H R, Akbari A, Gockenbach E, et al. A novel method for UHF partial discharge localization in power transformers using particle swarm optimization algorithm[J]. IEEE Electr. Insul. Mag., 2013, 29(2): 26–39.

[55] Nobrega L, Costa E, Serres A, et al. UHF partial discharge location in PowerTransformers via solution of the Maxwell equations in a computational environment[J]. Sensors (Basel), 2019, 19(15): 3435.

[56] Du J, Chen W, Xie B. Simulation analysis on the propagation characteristics of electromagnetic wave generated by partial discharges in the power transformer[C]//2016 IEEE Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena (CEIDP). Toronto, ON, 2016: 179–182.

[57] Mirzaei H R, Akbari A, Zanjani M, et al. Investigating the partial discharge electromagnetic wave propagation in power transformers considering active part characteristics[C]//2012 IEEE International Conference on Condition Monitoring and Diagnosis. Bali, Indonesia, 2012: 442–445.

[58] Nobrega L, Xavier G, Aquino M, et al. Design and development of a bio-inspired UHF sensor for partial discharge detection in power transformers[J]. Sensors, 2019, 19: 653.

[59] Mirzaei R, Akbari A, Gockenbach E, et al. Advancing new techniques for UHF PD detection and localization in the power transformers in the factory tests[J]. IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation, 2015, 22(1): 448–455.

[60] Chaojie Z, Yi Y, Yuncai L, et al. One novel type of UHF antenna for locating partial discharge and simulation of UHF signal propagation within transformer[C]//2012 IEEE International Conference on Condition Monitoring and Diagnosis. Bali, Indonesia, 2012: 1179–1182.

[61] Siegel M, Beltle M, Tenbohlen S, et al. Application of UHF sensors for PD measurement at power transformers[J]. IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation, 2017, 24(1): 331–339.

[62] Umemoto T, Tenbohlen S. Novel simulation technique of electromagnetic wave propagation in the ultra high frequency range within power transformers[J]. Sensors, 2018, 18: 4236.

MULTIPHYSICS COUPLING MODELING AND NUMERICAL COMPUTATION FOR OIL-IMMERSED TRANSFORMERS

TIAN Peng [1], Lü Jun-tao [2], YAN Li [1], REN Jing-guo [2], WANG Yi-han[3]

(*1. Information and Communication Company, State Grid Shandong Electric Power Company, Jinan 250002, China*)

(*2. State Grid Shandong Electric Power Company, Jinan 250002, China*)

(*3. Corresponding author. Wuhan University, Wuhan 430072, China*)

Abstract: With the development of power equipment toward higher voltage, larger capacity, and more compact configurations, the multiphysics coupling phenomena—covering electromagnetic, thermal, fluid, and structural fields—within transformers have become increasingly complex. This paper investigates the problem of multiphysics modeling of transformers. First, it introduces the geometric and mathematical modeling approaches for oil-immersed transformers, elaborating on the governing equations of individual physical fields, including electromagnetic, thermal, and fluid domains, as well as the methods for multiphysics coupling. Then, commonly used numerical computation methods for power equipment simulation are discussed. Based on these methods, at the application level, the paper focuses on partial discharge detection, particularly the ultra-high-frequency (UHF) localization technique. It is highlighted that multiphysics coupled modeling combined with high-accuracy numerical computation provides theoretical foundations and methodological references for precise partial discharge localization and condition monitoring.

Keywords: Multiphysics coupling; High-fidelity numerical simulation methods; Oil-immersed transformers; Partial discharge detection and localization

2010 MR Subject Classification: 65M60; 78M10; 97M50; 65N30