

分数布朗随机流

肖艳萍¹, 郭精军²

(1. 西北民族大学数学与计算机科学学院, 甘肃 兰州 730000)

(2. 兰州财经大学统计学院, 甘肃 兰州 730020)

摘要: 本文研究了分数布朗随机流的问题, 给出了 Wick 积分意义下的分数布朗随机流的定义. 利用白噪声分析方法证明了该随机流是一个 Hida 广义泛函, 推广了布朗随机流的一些结果.

关键词: 分数布朗运动; 随机流; 白噪声分析

MR(2010) 主题分类号: 60H40; 60G15; 60G22

中图分类号: O211.6

文献标识码: A

文章编号: 0255-7797(2018)03-0557-06

1 引言

近些年, 分数布朗运动因具有自相似性、长相依性等特点被广泛地应用于金融、通信等领域, 已成为随机分析及其相关领域研究的热点问题之一. 但是, 当 Hurst 参数 $H \neq \frac{1}{2}$ 时, 分数布朗运动既不是半鞅, 也不是马尔科夫过程. 于是, 随机分析中一些经典的方法就不能直接拿来处理分数布朗运动相关问题了.

流概念源于几何测度理论. 最简单的形式为如下泛函

$$\varphi \rightarrow \int_0^T \langle \varphi(\gamma(t)), \gamma(t)' \rangle_{\mathbb{R}^d} dt,$$

其中 $\varphi: \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$ 和 $\gamma(t)$ 为可度量长度的曲线. 记上述泛函为 $\xi(x) = \int_0^T \delta(x - \gamma(t)) \gamma(t)' dt$.

一般来讲, 随机流定义为 $\varphi \rightarrow I(\varphi) = \int_0^T \langle \varphi(X_t), dX_t \rangle$, 其中 φ 是定义在 $\mathbb{R}^d$ 上属于某个 Banach 空间 V 的泛函. 学者们已研究了高斯随机流, 获得了一些结果, 例如 Flandoli 等在文献 [6] 中利用 Malliavin 计算研究了随机流的存在性和正则性. 在文献 [4] 中作者验证了随机流的 Sobolev 正则性.

基于文献 [6, 8], 本文利用白噪声分析方法研究 Wick 积分意义下的分数布朗随机流. 行文安排如下: 在第 2 部分中主要介绍分数布朗运动和白噪声分析框架的一些基本事实; 在第 3 部分, 先给出 Wick 型分数布朗随机流的定义, 其次借助于解析刻画定理证明分数布朗随机流在白噪声分析框架下是一个广义泛函.

*收稿日期: 2016-09-26

接收日期: 2017-04-18

基金项目: 国家自然科学基金 (71561017); 西北民族大学引进人才科研项目 (xbmuyjrc201701); 西北民族大学基本科研业务费专项资金资助项目 (31920170035).

作者简介: 肖艳萍 (1979-), 女, 甘肃白银, 副教授, 主要研究方向: 非线性泛函分析.

作者简介: 郭精军.

2 预备知识

该部分主要介绍分数布朗运动、白噪声分析框架及一些相关结果, 详细内容见文献 [2, 7–8].

定义 2.1 ^[1–2] 如果 $\{B^H(t)\}_{t \in \mathbb{R}}$ 是一个中心高斯过程且有

$$E[B^H(t)B^H(s)] = \frac{1}{2}(|t|^{2H} + |s|^{2H} - |t-s|^{2H}), \quad t, s \in \mathbb{R},$$

称随机过程 $\{B^H(t)\}_{t \in \mathbb{R}}$ 为分数布朗运动.

为了获得 $B^H(t)$ 的表示形式, 需要利用分数积分算子 $I_{\pm}^{\alpha}$ 和微分算子 $D_{\pm}^{\alpha}$, $\alpha \in (0, 1)$. 如果 $\frac{1}{2} < H < 1$, 定义

$$(I_{\pm}^{\alpha}f)(x) \equiv \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} f(x \pm t)t^{\alpha-1}dt.$$

如果 $0 < H < \frac{1}{2}$ 和 $\varepsilon > 0$, 定义

$$(D_{\pm, \varepsilon}^{\alpha}f)(x) \equiv \frac{\alpha}{\Gamma(1-\alpha)} \int_{\varepsilon}^{\infty} \frac{f(x) - f(x \mp t)}{t^{\alpha+1}}dt,$$

从而分数微分算子 $D_{\pm}^{\alpha}f \equiv \lim_{\varepsilon \rightarrow 0+} (D_{\pm, \varepsilon}^{\alpha}f)$.

定义 2.2 ^[1–2] 假设 $0 < H < 1$, 算子 $M_{\pm}^H$ 定义为

$$M_{\pm}^H f \equiv \begin{cases} K_H D_{\pm}^{-(H-\frac{1}{2})} f, & 0 < H < \frac{1}{2}, \\ f, & H = \frac{1}{2}, \\ K_H I_{\pm}^{(H-\frac{1}{2})} f, & \frac{1}{2} < H < 1, \end{cases}$$

其中

$$K_H \equiv \Gamma(H + \frac{1}{2}) \left(\int_0^{\infty} ((1+s)^{H-\frac{1}{2}} - s^{H-\frac{1}{2}}) ds + \frac{1}{2H} \right)^{-\frac{1}{2}},$$

则分数布朗运动有连续版本 $\langle \cdot, M_{\pm}^H \mathbf{I}_{[0,t]} \rangle$.

第一组 Gelfand 三元组为 $\mathcal{S}(\mathbb{R}) \subset L^2(\mathbb{R}, \mathbb{R}^d) \subset \mathcal{S}^*(\mathbb{R})$, 其中 $\mathcal{S}(\mathbb{R})$ 和 $\mathcal{S}^*(\mathbb{R})$ 分别为 Schwartz 向量值检验泛函空间和缓增函数空间.

设 $(L^2) \equiv L^2(\mathcal{S}^*(\mathbb{R}), d\mu)$ 为 $\mathcal{S}^*(\mathbb{R})$ 上关于 μ 平方可积泛函所构成的希尔伯特空间. 则由 Wiener-Itô-Segal 同构定理知, 对每个 $f \in (L^2)$ 有以下混沌表示

$$f(\mathbf{w}) = \sum_{\mathbf{m} \in \mathbb{N}^d} \langle : \mathbf{w}^{\otimes \mathbf{m}} :, \mathbf{f}_{\mathbf{m}} \rangle.$$

设 $\Gamma(A)$ 是 A 的二次量子化算子, 其中 A 定义如下

$$(A\mathbf{g})_i(t) = \left(-\frac{d^2}{dt^2} + t^2 + 1\right)g_i(t).$$

对每个整数 p , 设 $(\mathcal{S}_p)$ 为 $\Gamma(A)^p$ 关于希尔伯特范数 $\|\cdot\|_p = \|\Gamma(A)^p \cdot\|_0$ 完备化空间. 从而, 设 $(\mathcal{S}) = \bigcap_{p \geq 0} (\mathcal{S}_p)$ 和 $(\mathcal{S})^* = \bigcup_{p \geq 0} (\mathcal{S}_{-p})$ 分别为 $\{(\mathcal{S}_p) \mid p \geq 0\}$ 和 $\{(\mathcal{S}_{-p}) \mid p \geq 0\}$ 的投影极限和归

纳极限. 于是, 第二组 Gelfand 三元组为 $(\mathcal{S}) \subset (L^2) \subset (\mathcal{S})^*$. $(\mathcal{S})$ (相应地, $(\mathcal{S})^*$) 中元素称之为 Hida 检验泛函 (相应地, 广义泛函).

对所有的检验泛函 $\mathbf{f} \in \mathcal{S}(\mathbb{R}, \mathbb{R}^d)$, 在 $(\mathcal{S}) \times (\mathcal{S})^*$ 上定义 S -变换如下

$$\Phi(\mathbf{f}) = \langle \langle \Phi, : \exp \langle \cdot, \mathbf{f} \rangle : \rangle \rangle.$$

引理 2.3 ^[7-9] 设 $\{G_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ 表示 U -泛函序列:

- (1) 对 $\mathbf{f} \in \mathcal{S}(\mathbb{R})$, $\{G_k(\mathbf{f})\}_{k \in \mathbb{N}}$ 是一个柯西列;
- (2) 存在 C_i 和 p 使得在 $\mathbb{R}$ 中一致有 $|G_k(z\mathbf{f})| \leq C_1 \exp\{C_2 |z|^2 |A^p \mathbf{f}|_2^2\}$, 则存在唯一 $\Phi \in (\mathcal{S})^*$ 使得 $S^{-1}G_k$ 强收敛于 Φ .

引理 2.4 ^[7-9] 设 $(\Omega, \mathfrak{B}, \mu)$ 是一个可测空间以及在 Ω 上定义取值于 $(\mathcal{S})^*$ 的一个映射为 Φ_λ . 假设 Φ_λ 的 S -变换满足

- (1) 对所有的 $\mathbf{f} \in \mathcal{S}(\mathbb{R}, \mathbb{R}^d)$, 是关于 λ 的 μ -可测函数;
 - (2) 服从 U -泛函估计 $|S\Phi_\lambda(z\mathbf{f})| \leq C_1(\lambda) \exp\{C_2(\lambda) |z|^2 |A^p \mathbf{f}|_2^2\}$, 对固定的 p 和对 $C_1 \in L^1(\mu)$, $C_2 \in L^\infty(\mu)$ 成立,
- 从而 Φ_λ 在希尔伯特空间 $(\mathcal{S})_{-q}$ 中当 q 足够大时是 Bochner 可积的,

$$\int_{\Omega} \Phi_\lambda d\mu(\lambda) \in (\mathcal{S})^* \text{ 且 } S\left(\int_{\Omega} \Phi_\lambda d\mu(\lambda)\right)(\mathbf{f}) = \int_{\Omega} (S\Phi_\lambda)(\mathbf{f}) d\mu(\lambda).$$

3 分数布朗随机流

因为存在非适应性积分, 在定义分数布朗随机流时, 需要考虑随机积分的处理难易性以及如何给出合理的解释. 在该部分中, 首先给出 Wick 积分意义下的分数布朗随机流的定义; 其次讨论该随机流的存在性问题.

定义 3.1 设 $\varphi: \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$ 定义在由所有光滑紧支撑向量域构成的集合上, 则

$$\varphi \rightarrow I(\varphi) := \int_0^T \langle \varphi(B_t^H), {}^\diamond dB_t^H \rangle$$

是一个泛函. Wick 型分数布朗随机流定义为

$$\xi(x) = \int_0^T \delta(x - B_t^H) \diamond W_t^H dt,$$

其中 $W_t^H = \frac{dB_t^H}{dt}$, $\diamond$ 表示 Wick 积分和 $\delta(\cdot)$ Dirac 德尔塔函数.

利用定义 3.1 可以证明: 分数布朗随机流在白噪声分析框架下是一个 Hida 广义泛函.

定理 3.2 对每个正整数 d , 每个 $H \in (0, 1)$ 和 $\varepsilon > 0$, 分数布朗随机流

$$\xi_{H,\varepsilon}(x) = \int_0^T p_\varepsilon(x - B_t^H) \diamond W_t^H dt$$

是一个 Hida 广义泛函, 其中 $p_\varepsilon(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\varepsilon}} \exp\{-\frac{x^2}{2\varepsilon}\}$. 进一步, 对每个 $\mathbf{f} \in \mathcal{S}(\mathbb{R})$, $\xi_{H,\varepsilon}(x)$ 的 S 变换为

$$\begin{aligned} S(\xi_{H,\varepsilon}(x))(\mathbf{f}) &= \int_0^T \left(\frac{1}{2\pi(\varepsilon + t^{2H})} \right)^{\frac{d}{2}} \\ &\cdot \exp\left\{ \frac{(x - \int_{\mathbb{R}} (M_-^H \mathbf{I}_{[0,t]})(s) \mathbf{f}(s) ds)^2}{2(\varepsilon + t^{2H})} \right\} (M_-^H \mathbf{I}_{[0,s]})(t) \mathbf{f}(t) dt. \end{aligned}$$

证 对任意 $\mathbf{f} \in \mathcal{S}(\mathbb{R})$, 首先验证引理 2.4 中可积性条件满足. 计算 S -变换

$$\begin{aligned} & S(p_\varepsilon(x - B_t^H) \diamond W_t^H)(\mathbf{f}) \\ &= S(p_\varepsilon(x - B_t^H))(\mathbf{f})S(W_t^H)(\mathbf{f}) \\ &= \left(\frac{1}{2\pi(\varepsilon + t^{2H})}\right)^{\frac{d}{2}} \exp\left\{-\frac{(x - \int_{\mathbb{R}} (M_-^H \mathbf{I}_{[0,t]})(s)\mathbf{f}(s)ds)^2}{2(\varepsilon + t^{2H})}\right\} (M_-^H \mathbf{I}_{[0,s]})(t)\mathbf{f}(t). \end{aligned}$$

由文献 [1] 中的引理 2.5, 定理 2.3 以及推论 2.8, 对 $f \in \mathcal{S}(\mathbb{R})$, 有

$$\begin{aligned} |(M_-^H \mathbf{I}_{[0,s]})(t)f(t)| &= |(M_+^H f)(t)| \leq \max_{x \in \mathbb{R}} |(M_+^H f)(x)| \\ &\leq C_{3,1}(\max_{x \in \mathbb{R}} |f(x)| + \max_{x \in \mathbb{R}} |f'(x)| + \|f\|_{L^1(\mathbb{R})}), \end{aligned}$$

其中 $C_{3,1}$ 是一个依赖于 H 的常数. 因而, 对所有复值 $z \in \mathbb{C}$, 有

$$\begin{aligned} & |S(p_\varepsilon(x - B_t^H) \diamond W_t^H)(z\mathbf{f})| \\ &\leq \left(\frac{1}{2\pi(\varepsilon + t^{2H})}\right)^{\frac{d}{2}} \exp\left\{\frac{x^2 + \left|\int_{\mathbb{R}} (M_-^H \mathbf{I}_{[0,t]})(s)z\mathbf{f}(s)ds\right|^2}{\varepsilon + t^{2H}}\right\} |z| \|M_+^H \mathbf{f}(t)\| \\ &\leq \left(\frac{1}{2\pi(\varepsilon + t^{2H})}\right)^{\frac{d}{2}} \exp\left\{\frac{x^2 + C_{3,1}^2 |z|^2 t^2 \|\mathbf{f}\|^2}{\varepsilon + t^{2H}}\right\} C_{3,1} |z| \|\mathbf{f}\|, \end{aligned}$$

其中 $\|\mathbf{f}\| = (\sum_{i=1}^d (\sup_{x \in \mathbb{R}} |f_i(x)| + \sup_{x \in \mathbb{R}} |f'_i(x)| + |f_i|)^2)^{\frac{1}{2}}$, $\mathbf{f} = (f_1, \dots, f_d) \in \mathcal{S}(\mathbb{R})$. 最后一个等式的指数部分是可积的, 且 $\frac{t^2}{t^{2H} + \varepsilon}$ 在 $[0, T]$ 上是有界的. 于是, 由引理 2.4 知

$$\begin{aligned} S(\xi_{H,\varepsilon}(x))(\mathbf{f}) &= \int_0^T \left(\frac{1}{2\pi(\varepsilon + t^{2H})}\right)^{\frac{d}{2}} \\ &\quad \cdot \exp\left\{-\frac{(x - \int_{\mathbb{R}} (M_-^H \mathbf{I}_{[0,t]})(s)\mathbf{f}(s)ds)^2}{2(\varepsilon + t^{2H})}\right\} (M_-^H \mathbf{I}_{[0,s]})(t)\mathbf{f}(t)dt. \end{aligned}$$

定理 3.3 对每个 $H \in (0, 1)$ 和 $d \geq 1$, Bochner 积分

$$\delta(x - B^H(t)) \equiv \left(\frac{1}{2\pi}\right)^d \int_{\mathbb{R}^d} \exp\{i\lambda(x - B_t^H)\} d\lambda$$

和

$$\xi_H(x) = \int_0^T \delta(x - B_t^H) \diamond W_t^H dt$$

都是 Hida 广义泛函. 进一步, 当 ε 趋于 0 时, $\xi_{H,\varepsilon}(x)$ 在 $(\mathcal{S})^*$ 中收敛到 $\xi_H(x)$.

证 利用文献 [8] 中的一些结果, 易见

$$\delta(x - B^H(t)) \equiv \left(\frac{1}{2\pi}\right)^d \int_{\mathbb{R}^d} \exp\{i\lambda(x - B_t^H)\} d\lambda$$

是一个 Hida 广义泛函. 再次利用引理 2.4 证明 $\xi_H(x) = \int_0^T \delta(x - B_t^H) \diamond W_t^H dt$ 也是一个 Hida 广义泛函. 事实上, 可积性显然. 有界性条件验证如下

$$\begin{aligned} S(\delta(x - B_t^H) \diamond W_t^H)(\mathbf{f}) &= S(\delta(x - B_t^H))(\mathbf{f})S(W_t^H)(\mathbf{f}) \\ &= \left(\frac{1}{2\pi t^{2H}}\right)^{\frac{d}{2}} \int_{\mathbb{R}^d} S(e^{i\lambda(x - B_t^H)})(\mathbf{f})(M_-^H \mathbf{I}_{[0,s]})(t)\mathbf{f}(t)d\lambda \\ &= \left(\frac{1}{2\pi t^{2H}}\right)^{\frac{d}{2}} \int_{\mathbb{R}^d} \exp\left\{-\frac{1}{2}\lambda^2 t^{2H} + i\lambda\left(x - \int_{\mathbb{R}} (M_-^H \mathbf{I}_{[0,t]})(s)\mathbf{f}(s)ds\right)^2\right\}d\lambda (M_-^H \mathbf{I}_{[0,s]})(t)\mathbf{f}(t), \end{aligned}$$

则对所有的 $z \in \mathbb{C}$, 有

$$\begin{aligned} &|S(\delta(x - B_t^H) \diamond W_t^H)(z\mathbf{f})(t)| \\ &= \left(\frac{1}{2\pi t^{2H}}\right)^{\frac{d}{2}} \left| \int_{\mathbb{R}^d} \exp\left\{-\frac{1}{2}\lambda^2 t^{2H} + i\lambda\left(x - z \int_{\mathbb{R}} (M_-^H \mathbf{I}_{[0,t]})(s)\mathbf{f}(s)ds\right)^2\right\}d\lambda \right| (M_-^H \mathbf{I}_{[0,s]})(t)z\mathbf{f}(t) | \\ &\leq \left(\frac{1}{2\pi t^{2H}}\right)^{\frac{d}{2}} \|(M_-^H \mathbf{I}_{[0,s]})(t)\mathbf{f}(t)\| |z| \int_{\mathbb{R}^d} \exp\left\{-\frac{1}{4}|\lambda|^2 t^{2H}\right\} \\ &\quad \cdot \exp\left\{-\left(\frac{1}{2}|\lambda|^2 t^{2H} - \frac{1}{t^H} \left|x - z \int_{\mathbb{R}} (M_-^H \mathbf{I}_{[0,t]})(s)\mathbf{f}(s)ds\right|^2\right)\right\} \\ &\quad \cdot \exp\left\{\frac{1}{t^{2H}} \left|x - z \int_{\mathbb{R}} (M_-^H \mathbf{I}_{[0,t]})(s)\mathbf{f}(s)ds\right|^2\right\}d\lambda \\ &\leq \left(\frac{1}{2\pi t^{2H}}\right)^{\frac{d}{2}} |z| \|M_+^H \mathbf{f}(t)\| \int_{\mathbb{R}^d} \exp\left\{-\frac{1}{4}|\lambda|^2 t^{2H}\right\} \cdot \exp\left\{\frac{2}{t^{2H}}(x^2 + |z|^2 C_{3,1}^2 t^2 \|\mathbf{f}\|^2)\right\}d\lambda \\ &\leq \left(\frac{1}{2\pi t^{2H}}\right)^{\frac{d}{2}} |z| C_{3,1} \|\mathbf{f}\| \int_{\mathbb{R}^d} \exp\left\{-\frac{1}{4}|\lambda|^2 t^{2H}\right\} \exp\left\{\frac{2}{t^{2H}}(x^2 + |z|^2 C_{3,1}^2 t^2 \|\mathbf{f}\|^2)\right\}d\lambda. \end{aligned}$$

最后一个等式在 $\mathbb{R}^d$ 上关于 λ 可积, 同时第二部分关于 λ 是一个常数.

因此, 由引理 2.4, 分数布朗随机流 $\xi_H(x) = \int_0^T \delta(x - B_t^H) \diamond W_t^H dt$ 是一个 Hida 广义泛函, 且有如下不等式

$$\begin{aligned} S(\xi_H(x))(\mathbf{f}) &= \int_0^T S(\delta(x - B_t^H))(\mathbf{f})S(W_t^H)(\mathbf{f})dt \\ &= \left(\frac{1}{2\pi t^{2H}}\right)^{\frac{d}{2}} \int_0^T \int_{\mathbb{R}^d} \exp\left\{-\frac{1}{2}\lambda^2 t^{2H} \right. \\ &\quad \left. + i\lambda\left(x - \int_{\mathbb{R}} (M_-^H \mathbf{I}_{[0,t]})(s)\mathbf{f}(s)ds\right)^2\right\}(M_-^H \mathbf{I}_{[0,s]})(t)\mathbf{f}(t)d\lambda dt. \end{aligned}$$

由控制收敛定理知, 当 ε 趋于 0 时, $S(\xi_{H,\varepsilon}(x))(\mathbf{f})$ 收敛于 $S(\xi_H(x))(\mathbf{f})$. 由引理 2.3 知, 当 ε 趋于 0 时, $\xi_{H,\varepsilon}(x)$ 收敛到 $\xi_H(x)$.

文献 [6] 利用 Malliavin 计算讨论了 Skorohod 积分意义下的布朗和分数布朗随机流. 相比较 Malliavin 计算白噪声分析方法在某种程度上将更方便, 因为此时可以利用白噪声分析方法方便地处理随机积分问题. 同时所获得的结果对 Hurst 指数的要求更加宽泛, 正则性条件也有别于文献 [6] 中的条件: 对 $H \in (\frac{1}{2}, 1)$ 时, 分数布朗随机流属于 Sobolev 空间的条件是 $r > \frac{1}{2H} - \frac{1}{2}$.

参 考 文 献

- [1] Bender C. An Itô formula for generalized functionals of a fractional Brownian motion with arbitrary Hurst parameter[J]. Stoc. Proc. Their Appl., 2003, 104: 81–106.
- [2] Biagini F, Hu Y Z, Øksendal B, Zhang T S. Stochastic calculus for fractional Brownian motion and applications[M]. London: Springer-Verlag, 2008.
- [3] Flandoli F. On a probabilistic description of small scale structures in 3D fluids[J]. Ann. Inst. H. Poin. Prob. Stat., 2002, 38: 207–228.
- [4] Flandoli F, Gubinelli M, Giaquinta M. Stochastic currents[J]. Stoc. Proc. Their Appl., 2005, 115: 1583–1601.
- [5] Flandoli F, Gubinelli M, Russo F. On the regularity of stochastic currents, fractional Brownian motion and applications to a turbulence model[J]. Ann. Inst. H. Poin. Prob. Stat., 2009, 45(2): 545–576.
- [6] Flandoli F, Tudor C A. Browinan and fractional Brownian stochastic currents via Malliavin calculus[J]. J. Func. Anal., 2010, 258: 279–306.
- [7] Obata N. White noise calculus and Fock space[M]. Lect. Notes Math., Berlin: Springer-Verlag, 1994.
- [8] Oliveira M, Silva J, Streit L. Intersection local times of independent fractional Brownian motions as generalized white noise functionals[J]. Acta Appl. Math., 2011, 113: 17–39.
- [9] Guo Jingjun, Li Chujin. On collision local time of two independent fractional Ornstein-Uhlenbeck processes[J]. Acta Math. Sci. Ser. B, 2017, 37(2): 316–328.
- [10] Guo Jingjun, Jiang Guo, Xiao Yanping. Multiple intersection local time of fractional Brownian motion[J]. J. Math., 2011, 31(3): 388–394.

FRCTIONAL BROWNIAN STOCHASTIC CURRENT

XIAO Yan-ping¹, GUO Jing-jun²

(1.School of Mathematics and Computer Science, Northwest University for Nationalities,
Lanzhou 730000, China)

(2.School of Statistics, Lanzhou University of Finance and Economics,
Lanzhou 730020, China)

Abstract: In this article, fractional Brownian stochastic current is studied, and the definition of fractional Brownian stochastic current is given in the sense of Wick integral. Through white noise approach, we prove that the current is a Hida distribution, which generalizes some results of Brownian stochastic.

Keywords: fractional Brownian motion; stochastic current; white noise analysis

2010 MR Subject Classification: 60H40; 60G15; 60G22