

非齐次泊松过程下的截断 δ - 冲击模型

张 攀¹, 马 明², 郑 莹²

(1. 陕西服装工程学院基础部, 陕西 咸阳 712046)

(2. 西北民族大学数学与计算机科学学院, 甘肃 兰州 730030)

摘 要: 本文研究了一类特殊的冲击模型 – 截断 δ - 冲击模型, 利用可靠性理论得到了此类冲击模型系统寿命可靠度函数及其上界、矩存在的充分条件、失效率函数及寿命分布类, 将截断 δ - 冲击模型由基础过程为齐次泊松过程情形推广到了非齐次泊松过程情形.

关键词: 截断 δ - 冲击模型; 非齐次泊松过程; 可靠度函数; 失效率函数; 寿命分布类

MR(2010) 主题分类号: 60K10

中图分类号: O213.2

文献标识码: A

文章编号: 0255-7797(2016)01-0214-09

1 引言

冲击模型是可靠性理论的主要研究内容之一, 其中一类比较重要的 δ - 冲击模型是李泽慧在研究交通拥挤问题时抽象出的模型^[1,2].

关于 δ - 冲击模型的研究大多基于基础过程为齐次泊松过程的情形. 在概率结构方面, 李泽慧、黄宝胜和王冠军得到了元件系统寿命的精确分布和 NBU/NWU 性质, 以及 $\delta \rightarrow 0$ 时收敛于指数随机变量的渐进特征^[2]; 李泽慧和陈锋究了对偶 δ - 冲击模型^[3]; 唐凤琴研究了按照周期强度为 $\lambda(t)$ 的时倚泊松过程下的对偶 δ - 冲击模型^[4]. 在利用统计方法对 δ - 冲击模型的研究方面, Li 和 Xing 讨论了该模型在无失效数据条件下参数 δ 的多层 Bayes 估计方法^[5]; Li 和 Xu 对随机截尾数据条件下门限值 δ 的估计进行了讨论^[6]; Ma 和 Li 讨论了依齐次泊松过程到达的截断 δ - 冲击模型系统寿命的相关性质^[7]. 马明等得到了齐次泊松过程下截断 δ - 冲击模型的参数估计量^[8].

本文扩展了文献 [7] 的研究结果, 将截断 δ - 冲击模型由基础过程为齐次泊松过程情形推广到了非齐次泊松过程情形, 并将文献 [4] 的周期函数 $\lambda(t)$ 推广到一般函数情形, 得到了该模型系统寿命的可靠度函数及其上界、各阶矩存在的充分条件、失效率函数及其寿命分布类.

2 系统定义

首先给出截断 δ - 冲击模型的定义.

定义 2.1 假设冲击按照强度为 $\lambda(t)$ 的非齐次泊松过程 $\{N(t), t \geq 0\}$ 到达, 若系统经某次冲击后, 时间超过给定的正数 δ 还未有新冲击到达, 则系统失效, 这样的系统称为强度为 $\lambda(t)$ 的非齐次泊松过程截断 δ - 冲击模型, 称 δ 为系统失效的门限值.

*收稿日期: 2014-07-28

接收日期: 2014-10-16

基金项目: 国家自然科学基金资助 (11361049); 甘肃省科技计划资助项目 (甘肃省自然科学基金) 资助 (1308RJZA147).

作者简介: 张攀 (1985–), 男, 河南郑州, 助教, 主要研究方向: 可靠性理论.

为了讨论方便, 假定 $t = 0$ 时刻系统启动, 相当于一个冲击发生, 并引入以下记号, 记 $X_n, n = 1, 2, \dots$ 为第 n 次与第 $n+1$ 次冲击到达的时间间隔; $S_n, n = 1, 2, \dots$ 为第 n 次冲击到达的时刻, 即有 $X_n = S_{n+1} - S_n$; T 为系统寿命; $\lambda(t)$ 为冲击的累积强度, 即 $\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(\mu) d\mu$; $\bar{N}$ 为系统失效前到达的冲击总次数, 即 $\bar{N} = \inf\{n : X_{n+1} > \delta, n \geq 0\}$.

由非齐次泊松过程截断 δ -冲击模型的失效机制得, 系统寿命

$$T = \sum_{n=1}^{\bar{N}} X_n + \delta.$$

为讨论方便, 以下总假设对任意 $t, \Lambda(t) < \infty$.

3 可靠度

系统寿命的可靠度函数是研究系统的重要可靠性指标之一, 本节给出该模型系统寿命的可靠度函数及其上界.

在给出该系统寿命的可靠度之前, 先给出可靠度的定义并引入一个对于计算系统寿命可靠度非常重要的引理.

定义 3.1 ^[9] 系统寿命 T 的可靠度为

$$\bar{F}(t) = P(T > t) = 1 - F(t),$$

其中 $F(t)$ 是系统寿命 T 的分布函数.

引理 3.1 ^[10] 设 $\{N(t), t \geq 0\}$ 是一个具有均值函数 $m(t)$ 的非齐次泊松过程, $Y_1, \dots, Y_n$ 是相互独立同分布的随机变量, 其分布函数都是

$$F(x) = \begin{cases} \frac{m(x)}{m(t)}, & x \leq t, \\ 1, & x \geq t, \end{cases}$$

则在 $N(t) = n$ 的条件下, 冲击到达时刻 $S_1, \dots, S_n$ 的条件分布与 $Y_{(1)}, \dots, Y_{(n)}$ 的联合分布相同, 其中 $Y_{(i)}$ 表示 $Y_1, \dots, Y_n$ 的第 i 个顺序统计量, $i = 1, 2, \dots, n$.

现给出系统寿命的可靠度.

定理 3.1 系统寿命 T 的可靠度为

$$\bar{F}_T(t) = \begin{cases} e^{-\Lambda(t)} \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t), & t > \delta, \\ 1, & t \leq \delta, \end{cases}$$

其中

$$f_n(t) = \int_{0 \vee (t-\delta)}^t \int_{0 \vee (s_n-\delta)}^{s_n} \cdots \int_{0 \vee (s_2-\delta)}^{s_2} \prod_{i=1}^n \lambda(s_i) I_{\{s_1 < \delta\}} ds_1 \cdots ds_n.$$

证 显然, $\forall t \leq \delta$, 由系统定义知, $T \geq \delta$, 有

$$\bar{F}_T(t) = P(T > t) = 1.$$

所以只需要考虑 $t > \delta$ 时的情况.

$$\begin{aligned} P(T > t) &= E[P(T > t)|N(t)] \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} P(T > t|N(t) = n)P(N(t) = n) \\ &= P(T > t|N(t) = 0)P(N(t) = 0) + \sum_{n=1}^{\infty} P(T > t|N(t) = n)P(N(t) = n). \end{aligned}$$

因为 $t > \delta$ 时, $P(T > t|N(t) = 0) = 0$, 所以有

$$\begin{aligned} P(T > t) &= \sum_{n=1}^{\infty} P(T > t|N(t) = n)P(N(t) = n) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} P(S_1 \leq \delta, S_2 - S_1 \leq \delta, \dots, t - S_n \leq \delta|N(t) = n)P(N(t) = n). \quad (3.1) \end{aligned}$$

而

$$\begin{aligned} &P(S_1 \leq \delta, S_2 - S_1 \leq \delta, \dots, t - S_n \leq \delta|N(t) = n)P(N(t) = n) \\ &= \int_0^t \int_0^{s_n} \dots \int_0^{s_2} f_{(S_1, \dots, S_n)}(s_1, \dots, s_n|N(t) = n) \\ &\quad \cdot I_{\{s_1 \leq \delta, s_2 - s_1 \leq \delta, \dots, t - s_n \leq \delta\}} ds_1 \dots ds_n. \quad (3.2) \end{aligned}$$

由引理 3.1 得

$$f_{(S_1, \dots, S_n)}(s_1, \dots, s_n|N(t) = n) = n! \prod_{i=1}^n \frac{\lambda(s_i)}{\Lambda^n(t)}, 0 < s_1 < \dots < s_n \leq t. \quad (3.3)$$

将 (3.3) 式代入 (3.2) 式得

$$\begin{aligned} &P(S_1 \leq \delta, S_2 - S_1 \leq \delta, \dots, t - S_n \leq \delta|N(t) = n) \\ &= \frac{n!}{\Lambda^n(t)} \int_{0 \vee (t-\delta)}^t \int_{0 \vee (s_n-\delta)}^{s_n} \dots \int_{0 \vee (s_2-\delta)}^{s_2} \prod_{i=1}^n \lambda(s_i) I_{\{s_1 \leq \delta\}} ds_1 \dots ds_n. \quad (3.4) \end{aligned}$$

因为

$$P(N(t) = n) = \frac{1}{n!} \Lambda^n(t) e^{-\Lambda(t)}, n = 0, 1, \dots. \quad (3.5)$$

令

$$f_n(t) = \int_{0 \vee (t-\delta)}^t \int_{0 \vee (s_n-\delta)}^{s_n} \dots \int_{0 \vee (s_2-\delta)}^{s_2} \prod_{i=1}^n \lambda(s_i) I_{\{s_1 \leq \delta\}} ds_1 \dots ds_n.$$

将 (3.4), (3.5) 式代入 (3.1) 式得

$$\bar{F}_T(t) = P(T > t) = e^{-\Lambda(t)} \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t).$$

由 (3.4) 式, 有

$$f_n(t) < \frac{\Lambda^n(t)}{n!}.$$

令 $u_n(t) = \frac{\Lambda^n(t)}{n!}$, 因为 $\Lambda(t) < \infty$, 所以

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}(t)}{u_n(t)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\Lambda(t)}{n+1} = 0,$$

即 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Lambda^n(t)}{n!}$ 收敛, 因此 $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(t)$ 一致收敛.

在定理 3.1 中, 函数 $f_n(t) = \int_{0 \vee (t-\delta)}^t \int_{0 \vee (s_n-\delta)}^{s_n} \cdots \int_{0 \vee (s_2-\delta)}^{s_2} \prod_{i=1}^n \lambda(s_i) i_{\{s_i < \delta\}} ds_1 \cdots ds_n$ 的计算非常复杂, 从而可靠度也不容易得到, 但在实际应用中, 有时只需要知道可靠度的上界即可.

由下面定理给出可靠度的上界.

定理 3.2 若 $0 < t < \delta$ 时, $\lambda(t) < \frac{1}{\delta}$, 则系统寿命 T 的生存函数

$$\bar{F}_T(t) \leq e^{-\Lambda(t)} \sum_{n=\lceil \frac{t}{\delta} \rceil}^{\infty} \Lambda^n(\delta),$$

其中 $\lceil \frac{t}{\delta} \rceil$ 表示不大于 $\frac{t}{\delta}$ 的最大正整数.

证 显然, $P(T > t, N(t) < \lceil \frac{t-\delta}{\delta} \rceil) = 0$, 所以有

$$\begin{aligned} \bar{F}_T(t) &= P(T > t) = \sum_{n=\lceil \frac{t-\delta}{\delta} \rceil+1}^{\infty} P(T > t, N(t) = n) \\ &= \sum_{n=\lceil \frac{t-\delta}{\delta} \rceil+1}^{\infty} P(X^* \leq \delta, t - S_n \leq \delta, N(t) = n) \\ &= \sum_{n=\lceil \frac{t}{\delta} \rceil}^{\infty} P(X^* \leq \delta, t - S_n \leq \delta | N(t) = n) P(N(t) = n) \\ &\leq \sum_{n=\lceil \frac{t}{\delta} \rceil}^{\infty} P(X^* \leq \delta | N(t) = n) P(N(t) = n), \end{aligned} \quad (3.6)$$

其中 $X^* = \max_{1 \leq i \leq n} X_i$.

$$P\{X^* \leq \delta | N(t) = n\} = \int_0^\delta \cdots \int_0^\delta f_{(X_1, \dots, X_n)}(x_1, \dots, x_n | N(t) = n) dx_1 \cdots dx_n, \quad (3.7)$$

其中 $f_{(X_1, \dots, X_n)}(x_1, \dots, x_n | N(t) = n)$ 是 $X_1, \dots, X_n$ 的条件密度.

由线性变换

$$\begin{cases} S_1 = X_1, \\ S_2 = X_1 + X_2, \\ \cdots \\ S_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n \end{cases}$$

及密度变换公式得

$$\begin{aligned} f_{(X_1, \dots, X_n)}(x_1, \dots, x_n | N(t) = n) &= f_{(S_1, \dots, S_n)}(s_1, \dots, s_n | N(t) = n) |J| \\ &= f_{(S_1, \dots, S_n)}(s_1, \dots, s_n | N(t) = n). \end{aligned}$$

由 (3.3) 式知

$$f_{(X_1, \dots, X_n)}(x_1, \dots, x_n | N(t) = n) = \frac{n!}{\Lambda^n(t)} \prod_{i=1}^n \lambda(x_i), \quad (3.8)$$

其中 J 是雅克比行列式, $f_{(S_1, \dots, S_n)}(s_1, \dots, s_n | N(t) = n)$ 是 $S_1, \dots, S_n$ 的条件密度. 将 (3.8) 式代入 (3.7) 式得

$$P\{X^* \leq \delta | N(t) = n\} = \frac{n!}{\Lambda^n(t)} \Lambda^n(\delta), \quad (3.9)$$

将 (3.5), (3.9) 式代入 (3.6) 式得

$$\bar{F}_T(t) \leq e^{-\Lambda(t)} \sum_{n=\lceil \frac{t}{\delta} \rceil}^{\infty} \Lambda^n(\delta).$$

显然, 定理 3.2 结论中无穷级数的计算也是不容易的, 在此种情况下, 人们往往希望系统寿命的可靠度上界有更为精确或简单易于计算的结果.

如果 $\Lambda(\delta) < 1$, 则定理 3.2 结论中无穷级数有更精确的结果, 且易于计算.

在给出此简单、精确的结果之前, 引入如下引理.

引理 3.2 若 $0 < t < \delta$ 时, $\lambda(t) < \frac{1}{\delta}$, 则 $\Lambda(\delta) < 1$.

由引理 3.2, 可以得到系统寿命可靠度更为精确的上界. 即

推论 3.1 若 $0 < t < \delta$ 时, $\lambda(t) < \frac{1}{\delta}$, 则

$$\bar{F}_T(t) \leq e^{-\Lambda(t)} \frac{[\Lambda(\delta)]^{\lceil \frac{t}{\delta} \rceil}}{1 - \Lambda(\delta)}.$$

4 矩的存在性

系统寿命的矩在系统可靠性中具有比较重要的地位, 本节给出系统寿命各阶矩存在的充分条件.

首先, 给出一个必要的引理.

引理 4.1 ^[11] 若 $0 \leq c \leq \lambda(t)$, 则

$$\int_0^\infty t^k e^{-\Lambda(t)} \Lambda^n(t) dt \leq \frac{\Gamma(n+k+1)}{c^{k+1}},$$

其中 $\Gamma(\cdot)$ 为伽马函数.

由引理 4.1, 易得

$$\int_0^\infty t^{k-1} e^{-\Lambda(t)} dt \leq \frac{\Gamma(k)}{c^k} \quad (4.1)$$

及系统寿命各阶矩存在的充分条件, 即

定理 4.1 如果当 $0 < t < \delta$ 时, $\lambda(t) < \frac{1}{\delta}$, 且 $0 \leq c \leq \lambda(t), t \geq 0$, c 是任一常数, 则 $E[T^m] < \infty (m > 0)$.

证

$$\begin{aligned} E[T^m] &= m \int_0^\infty t^{m-1} \bar{F}_T(t) dt \\ &= m \sum_{n=0}^\infty \int_{n\delta}^{(n+1)\delta} t^{m-1} \bar{F}_T(t) dt \\ &\leq \frac{m}{1-\Lambda(\delta)} \sum_{n=0}^\infty \int_0^\infty t^{m-1} e^{-\Lambda(t)} \Lambda^{n+1}(\delta) dt \\ &= \frac{m}{1-\Lambda(\delta)} \sum_{n=0}^\infty \Lambda^{n+1}(\delta) \int_0^\infty t^{m-1} e^{-\Lambda(t)} dt. \end{aligned}$$

由 (4.1) 式有

$$E[T^m] \leq \frac{m}{1-\Lambda(\delta)} \sum_{n=0}^\infty \Lambda^{n+1}(\delta) \frac{1}{c^m} \Gamma(m),$$

由引理 3.2, $\Lambda(\delta) < 1$, 所以

$$\sum_{n=0}^\infty \Lambda^{n+1}(\delta) < \infty,$$

即有 $E[T^m] < \infty$.

由定理 4.1 的证明过程, 易得

推论 4.1 若 $E[T]$ 存在, 则

$$E[T] \leq \frac{1}{1-\Lambda(\delta)} \sum_{n=0}^\infty \Lambda^{n+1}(\delta) \int_0^\infty e^{-\Lambda(t)} dt.$$

推论 4.2 若 $E[T]$ 存在, 且 $0 \leq c \leq \lambda(t), t \geq 0$, 则

$$E[T] \leq \frac{1}{c(1-\Lambda(\delta))} \sum_{n=0}^\infty \Lambda^{n+1}(\delta).$$

易知, 当 $\lambda(t) \equiv \lambda$ 时, 系统退化为齐次泊松过程下的截断 δ -冲击模型, 此时 X_1 的密度函数为 $f_{X_1}(t) = \lambda e^{-\lambda t}, t \geq 0$, 且冲击过程满足独立增量性.

5 系统寿命的失效率

在研究一个系统时, 人们往往希望知道这个系统在某一时刻失效的可能性有多大. 这正是本小节主要研究的内容.

下面先给出系统寿命失效率的定义, 再得到该系统寿命的失效率.

定义 5.1 ^[9] 设系统寿命 T 的分布函数为 $F(t)$, 概率密度函数为 $f(t)$, 则其失效率为

$$r(t) = \frac{f(t)}{\overline{F}(t)}, \quad t \in \{t : F(t) < 1\}.$$

定理 5.1 系统寿命的失效率为

$$r(t) = \lambda(t) - \frac{\sum_{n=1}^{\infty} f'_n(t)}{\sum_{n=1}^{\infty} f_n(t)}, \quad t > \delta.$$

证 由于 $P(T \leq \delta) = 0$, 所以只需考虑 $t > \delta$ 时的情况. 由定理 3.1, 当 $t > \delta$ 时, 系统寿命的概率密度函数为

$$f_T(t) = \overline{F}'_T(t) = \lambda(t)e^{-\Lambda(t)} \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t) - e^{-\Lambda(t)} \sum_{n=1}^{\infty} f'_n(t),$$

此时, 系统寿命的失效率为

$$\begin{aligned} r(t) &= \frac{f_T(t)}{\overline{F}_T(t)} = \frac{\lambda(t)e^{-\Lambda(t)} \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t) - e^{-\Lambda(t)} \sum_{n=1}^{\infty} f'_n(t)}{e^{-\Lambda(t)} \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t)} \\ &= \lambda(t) - \frac{\sum_{n=1}^{\infty} f'_n(t)}{\sum_{n=1}^{\infty} f_n(t)}. \end{aligned}$$

6 系统寿命的分布类

一个系统的寿命所属的寿命分布类对于研究这个系统非常重要.

本小节给出系统寿命所属的寿命分布类.

定义 6.1 ^[9] 如果 $-\frac{1}{t} \ln \overline{F}(t)$ 是 $t \geq 0$ 时的递增 (减) 函数, 则称 $F(t)$ 属于递增 (减) 平均失效率类. 记为 $F(t) \in \{IFRA\} (F(t) \in \{DFRA\})$.

定理 6.1 设 $F_T(t)$ 是系统寿命的分布函数, 则

$$F_T(t) = \begin{cases} \{IFRA\}, & \omega(t) > 0, \\ \{DFRA\}, & \omega(t) < 0, \end{cases}$$

其中 $\omega(t) = -\Lambda(t) + \ln \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t) + tr(t)$.

证 令 $l(t) = -\frac{1}{t} \ln \bar{F}(t)$, 由定理 3.1 知, $t \leq \delta$ 时, $l(t) = 0$; $t > \delta$ 时,

$$\begin{aligned} l(t) &= -\frac{1}{t} \ln[e^{-\Lambda(t)} \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t)] \\ &= -\frac{1}{t} [-\Lambda(t) + \ln \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t)], \end{aligned}$$

此时, 对 $l(t)$ 求关于参数 t 的导数, 得

$$\begin{aligned} l'(t) &= \frac{1}{t^2} [-\Lambda(t) + \ln \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t)] - \frac{1}{t} [-\lambda(t) + \frac{\sum_{n=1}^{\infty} f'_n(t)}{\sum_{n=1}^{\infty} f_n(t)}] \\ &= \frac{1}{t^2} [-\Lambda(t) + \ln \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t)] + \frac{r(t)}{t} \\ &= \frac{1}{t^2} [-\Lambda(t) + \ln \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t) + tr(t)]. \end{aligned}$$

令 $\omega(t) = -\Lambda(t) + \ln \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t) + tr(t)$, 所以当 $\omega(t) > 0$ 时, $l(t)$ 递增, $F(t) \in \{IFRA\}$; 当 $\omega(t) < 0$ 时, $l(t)$ 递减, $F(t) \in \{DFRA\}$.

7 结论与意义

本文对非齐次泊松过程下的截断 δ -冲击模型进行了初步研究, 得到了该模型系统寿命的可靠度函数及其上界、各阶矩存在的充分条件、失效率函数及寿命分布类.

本文结果将截断 δ -冲击模型的基础过程从齐次泊松过程推广到了非齐次泊松过程, 这一推广具有一定的现实意义. 文献 [7] 将截断 δ -冲击模型用于关系营销客户寿命价值 (CLV) 的研究中, 客户到达相当于发生一次冲击, 这一冲击加强了公司与客户之间的关系, 但在实际营销过程中, 客户按照一个常数率到达几乎是不可能的, 根据营销过程的生命周期理论 [12], 客户关系会经历一个考察、形成、稳定、退化的过程, 这就表明客户到达率是与时间有关的, 因此非齐次泊松过程截断 δ -冲击模型比齐次泊松过程下的截断 δ -冲击模型更具有应用价值. 在后续研究中, 我们将应用非齐次泊松过程截断 δ -冲击模型理论研究基于客户寿命价值的营销决策.

综述, 本文结果在可靠性理论的研究中不仅具有一定的理论价值, 而且更具有实际意义, 也将进一步推动截断 δ -冲击模型的发展.

参 考 文 献

- [1] 李泽慧. 与泊松流有关的几个概率分布及其在城市交通拥挤问题中的应用 [J]. 兰州大学学报 (自然科学版), 1984, 20: 127-136.

- [2] 李泽慧, 黄宝胜, 王冠军. 一种冲击源下冲击模型的寿命分布及其性质 [J]. 兰州大学学报 (自然科学版), 1999, 35(4): 1-7.
- [3] 李泽慧, 陈锋. 对偶 δ -冲击模型的寿命分布及其性质 [A]. 中国工业与应用数学学会第六次大会论文集 [C]. 北京: 北京大学出版社, 2002: 258-263.
- [4] 唐风琴. 时倚泊松过程下的对偶 δ -冲击模型 [J]. 兰州大学学报 (自然科学版), 2007, 43(4): 1-3.
- [5] Li Z H, Xing H G. The hierarchical Bayes estimator on zero failure date under a kind of Poisson shock model[J]. The 7th Japan-China Symposium on Statistics, 2000, 313-320.
- [6] Xu Z Y, Li Z H. Statistical inference on δ -shock model with censored date[J]. Chinese J. Appl. Prob. Stat., 2004, 20(2): 147-153.
- [7] Ma Ming, Li Z H. Life behavior of censored δ -shock model[J]. Indian National Sci. Acad., 2010, 41(2): 401-420.
- [8] 马明, 白静盼, 郑莹. 截断 δ 冲击模型的参数估计 [EB/OL]. <http://www.cnki.net/kcms/doi/10.13548/j.sxzz.20131212001.html>.
- [9] 曹晋华, 程侃. 可靠性数学引论 (修订版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.
- [10] Seldom M Ross. 应用随机过程概率论模型导论 (英文版第 9 版)[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2007.
- [11] 李泽慧, 白建明, 孔新兵. 冲击模型: 进展与应用 [J]. 数学进展, 2007, 36(4): 385-398.
- [12] 陈明亮. 客户关系管理理论与软件 [M]. 浙江: 浙江大学出版社, 2004.

CENSORED δ -SHOCK MODEL UNDER NON-HOMOGENEOUS POISSON PROCESS

ZHANG Pan¹, MA Ming², ZHENG Ying²

(1. The Foundation Dpt., ShaanXi Fashion Engineering University, Xianyang 712046, China)

(2. School of Math. and Comput. Sci., Northwest University for Nationalities, Lanzhou 730030, China)

Abstract: In this paper, we studied a class of special shock model-censored-shock model. In the shock model, using the theory of reliability, we obtain the reliability function and its upper bounds, the sufficient conditions for the existence of the moment, the failure rate function of the system lifetime and the class of life distribution. The censored δ -shock model by the basic process for homogeneous Poisson process conditions is generalized to non-homogeneous Poisson process.

Keywords: censored δ -shock model; non-homogeneous Poisson process; reliability function; the failure rate function; the class of life distribution

2010 MR Subject Classification: 60K10