Vol. 36 (2016)
No. 1

数 学 杂 志
J. of Math. (PRC)

多粒度模糊粗糙集研究

李 聪
(武汉大学数学与统计学院, 湖北 武汉 430072)

摘 要: 本文研究了模糊粗糙集中属性约简问题. 利用模糊粗糙集和多粒度粗糙集各自优点的结合, 提出了两类多粒度模糊粗糙集模型, 使得两类粗糙集中的上下近似算子关于负算子对偶. 同时研究了多粒度模糊粗糙集的性质及与单粒度模糊粗糙集的关系. 并通过构造区分函数的方法提出了一类多粒度模糊粗糙集模型的近似约简方法. 最后用一个实例核对了该类多粒度模糊粗糙决策系统近似约简方法的有效性.

关 键 词: 模糊粗糙集; 多粒度粗糙集; T - 蕴涵; 近似约简
MR(2010) **主题分类号:** 68T37; 90B50 **中图分类号:** O159
文献标识码: A **文章编号:** 0255-7797(2016)01-0124-11

1 引言

由波兰数学家 Pawlak 于 1982 年提出的粗糙集理论 [1]. 是一种处理不确定性问题的数学工具. 经过三十多年的发展, 它已在人工智能、机器学习、决策分析、医疗诊断等领域得到了广泛应用, 并引起了相关科研人员的注意. 经典粗糙集是基于单个粒度 (属性) 的基础上, 通过等价关系对论域中的对象进行划分形成已知概念, 然后通过已知概念对未知概念进行集合之间的包含和相交非空的原理, 使已知概念对未知概念进行两种方向的逼近, 从而得到经典粗糙集的上近似集和下近似集 [2]. 许多学者对其进行了推广, 如将等价关系推广到相容关系、优势关系、邻域算子等. 文献 [3] 从多个粒结构的角度出发, 分析出从单个二元关系导出的等价类来近似表示未知概念的粗糙集的不足之处, 从而提出了多粒度粗糙集的概念, 同时给出乐观多粒度粗糙集和悲观多粒度粗糙集模型. 它将经典粗糙集从单个粒结构延伸到多个粒结构, 并证明经典粗糙集模型是多粒度粗糙集模型的特例.

然而, 原始的多粒度粗糙集的等价类条件过于严格, 因此, 众多学者在多粒度粗糙集模型方面上做了大量的研究工作, 目的是为了更适用于实际数据, 提高模型的适用性. 例如, 林国平等人提出了多粒度邻域粗糙集模型 [4]; 刘财辉等人提出了多粒度覆盖粗糙集模型 [5]; 黄兵等人提出直觉模糊多粒度粗糙集模型 [6]; 杨习贝等人将模糊思想引入到多粒度粗糙集环境中, 基于单粒度模糊粗糙集 [7] 构建了基于 T - 模糊相似关系的多粒度模糊粗糙集 [8]; 李闻涛等人研究了一类多粒度模糊粗糙集 [9]; 王斯锋等人通过属性优先级别研究了多属性决策方法 [10]; 然而杨习贝等人提出的多粒度模糊粗糙集模型仅仅是基于 t - 模, t - 余模以及标准负算子, 而李闻涛等人提出的多粒度模糊粗糙集的上下近似关于负算子并没有对偶性质. 本文将等价关系放松到 T - 模糊相似关系上, 并对一般负算子, T - 蕴涵概念的引入, 拓展了多粒度模糊粗糙集模型, 并证明了此模型中的多粒度上下近似关于负算子满足对偶性. 通过文献

*收稿日期: 2015-01-25 接收日期: 2015-03-25
基金项目: 国家自然科学基金资助 (61179038).
作者简介: 李聪 (1989–), 男, 湖北孝感, 硕士, 主要研究方向: 智能计算与不确定性信息处理.

[11] 对单粒度模糊粗糙集的研究, 本文将其拓展到多粒度模糊粗糙集上, 并研究其性质, 同时提出了一类多粒度模糊粗糙集模型的近似约简方法.

2 基本概念

2.1 模糊粗糙集

信息系统 (IS) 是一个四元组 $IS=\{U,AT,V,f\}$, 其中论域 U 是非空有限对象的集合, AT 是非空有限属性集合; $a\in AT$, V_a 为属性 a 的值域, V 表示全体属性的值域集合; f 为信息函数, $\forall x\in U$, $a\in AT$, 定义 $f(x,a)$ 为 x 在属性 a 上的取值, 则有 $f(x,a)\in V_a$. 如果 $AT=C\cup D$, 其中 C 是条件属性集合, D 是决策属性集合, 则称 $\{U,C\cup D,V,f\}$ 为决策信息系统. 当 $D=\{d\}$ 时, 称 $\{U,C\cup D,V,f\}$ 为单粒度决策信息系统; 当 $D=\{d_i,1\leqslant i\leqslant l,l\geqslant 2\}$ 时, 它为多粒度决策信息系统, 并称 $[x]_C$ 为 x 关 C 的等价类.

定义 2.1 [11] 假设 U 是非空论域, 一个在 U 上的二元模糊关系 R 是一个 T - 模糊相似关系, 那么该关系对于任意的 $x,y,z\in U$ 满足: 自反性 $(R(x,x)=1)$, 对称性 $(R(x,y)=R(y,x))$, T - 传递性 $(R(x,y)\geqslant T(R(x,z),R(z,y)))$.

给定三角模 T, 在 $I=[0,1]$ 上的二元算子 $\vartheta_T(a,b)=\sup\{c\in I,T(a,c)\leqslant b\}$, $a,b\in I$ 称作基于 T 的 R - 蕴涵, 如果 T 是下半连续的, 那么 ϑ_T 被称作剩余蕴涵. 对于 t - 余模 S, 算子 σ 定义为 $\sigma(a,b)=\inf\{c\in I,S(a,c)\geqslant b\}$.

如果 T 和 S 关于对合负算子 N 是对偶的, 那么 ϑ 和 σ 关于对合负算子 N 也是对偶的, 即 $\sigma(N(a),N(b))=N(\vartheta(a,b))$, $\vartheta(N(a),N(b))=N(\sigma(a,b))$. 算子 ϑ 和 σ 的性质具体见参考文献 [10].

定义 2.2 [11] 假设 U 是非空论域, R 是在 U 上的模糊关系, 对于每个模糊集 A, 定义下面的近似算子:

(1) T - 上近似算子: $\overline{R_T}A(x)=\sup\limits_{u\in U}T(R(x,u),A(u))$.

(2) S - 下近似算子: $\underline{R_S}A(x)=\inf\limits_{u\in U}S(N(R(x,u)),A(u))$.

(3) σ - 上近似算子: $\overline{R_\sigma}A(x)=\sup\limits_{u\in U}\sigma(N(R(x,u)),A(u))$.

(4) ϑ - 下近似算子: $\underline{R_\vartheta}A(x)=\inf\limits_{u\in U}\vartheta(R(x,u),A(u))$.

定理 2.3 [11] U 是论域, R 是在 U 上的 T - 模糊相似关系, 那么对于 $A,B\in F(U)$, 定义 2.2 中的四个模糊粗糙近似算子有下列性质 ($\underline{\underline{\alpha}}$ 是满足 $\forall x\in U,\underline{\underline{\alpha}}(x)=\alpha$ 的模糊集):

(1) $\underline{R}\underline{\underline{\alpha}}=\overline{R}\underline{\underline{\alpha}}=\underline{\underline{\alpha}}$;

(2) $\underline{R}(A)\subseteq A\subseteq\overline{A}$.

(3) $\underline{R}(A)=\sim\overline{R}(\sim A),\overline{R}(\sim A)=\sim\underline{R}(\sim A)$.

(4) $\underline{R}(A\cap B)=\underline{R}(A)\cap\underline{R}(B)$, $\overline{R}(A\cup B)=\overline{R}(A)\cup\overline{R}(B)$.

(5) $\underline{R}(A\cup B)\supseteq\underline{R}(A)\cup\underline{R}(B)$, $\overline{R}(A\cap B)\subseteq\overline{R}(A)\cap\overline{R}(B)$.

(6) $\underline{R}(\underline{R}(A))=\underline{R}(A)$, $\overline{R}(\overline{R}(A))=\overline{R}(A)$.

2.2 多粒度粗糙集

在经典粗糙集中, 论域 U 上的未知概念 A 是由单个等价二元关系导出的知识粒来粗糙表示的, 通过近似来逼近概念 A, 文献 [3] 从多个粒度结构出发, 将经典的单粒度粗糙集拓展

到多粒度粗糙集, 从而定义乐观多粒度粗糙集和悲观多粒度粗糙集. 由于二者的相似性, 本文只讨论乐观情形的多粒度粗糙集.

定义 2.4 [3] 设 $IS=\{U,AT,V,f\}$, 令 $R_1,R_2,\cdots,R_m$ 是 AT 中的 m 个属性, $\forall A\subseteq U$, 定义 A 关于属性 $R_1,R_2,\cdots,R_m$ 的乐观多粒度粗糙集的的下近似和上近似分别为

$$\begin{aligned}\underline{(\sum_{i=1}^{m}R_i)}^O(A)=&\{x\in U:[x]_{R_1}\subseteq A\vee[x]_{R_2}\subseteq A\vee\cdots\vee[x]_{R_m}\subseteq A\},\\ \overline{(\sum_{i=1}^{m}R_i)}^O(A)=&\sim\underline{(\sum_{i=1}^{m}R_i)}^O(\sim A),\end{aligned}$$

其中 $\sim A$ 是 A 的补集, 并将 $\langle\underline{(\sum_{i=1}^{m}R_i)}^O(A),\overline{(\sum_{i=1}^{m}R_i)}^O(A)\rangle$ 称作概念 A 关于属性 $R_1,R_2,\cdots,$ R_m 的乐观多粒度粗糙集.

定理 2.5 [8] 设 $IS=\{U,AT,V,f\}$, 并令 $R_1,R_2,\cdots,R_m$ 是 AT 中的 m 个属性, $\forall A\subseteq U$, 可以得到

$$\overline{(\sum_{i=1}^{m}R_i)}^O(A)=\{x\in U:[x]_{R_1}\cap A\neq\emptyset\wedge[x]_{R_2}\cap A\neq\emptyset\wedge\cdots\wedge[x]_{R_m}\cap A\neq\emptyset\}.$$

3 乐观的多粒度模糊粗糙集

本节将两类单粒度的模糊粗糙集模型推广到两类多粒度模糊粗糙集模型, 由于第一类的相关性质已经被文献 [8] 论证, 因此, 本节仅讨论第二类多粒度模糊粗糙集模型, 也是基于 T - 蕴涵概念的多粒度模糊粗糙集模型.

定义 3.1 [8] (第一类乐观的多粒度模糊粗糙集) U 是论域, $\{R_1,R_2,\cdots,R_m\}$ 是关于 U 的一族 T - 模糊相似关系, 那么 $\forall A\in F(U)$, A 关于模糊近似空间 $apr_1=(U,R_i(1\leqslant i\leqslant m),T,S)$ 的乐观多粒度模糊粗糙下近似和上近似分别记为 $(I)\underline{(\sum_{i=1}^{m}R_i)}^O(A)$ 和 $(I)\overline{(\sum_{i=1}^{m}R_i)}^O(A)$, 其中对于每个 $x\in U$,

$$\begin{aligned}(I)\underline{(\sum_{i=1}^{m}R_i)}^O(A)(x)&=\bigvee_{i=1}^{m}\bigwedge_{y\in U}S(N(R_i(x,y)),A(y)),\\ (I)\overline{(\sum_{i=1}^{m}R_i)}^O(A)(x)&=\bigwedge_{i=1}^{m}\bigvee_{y\in U}T(R_i(x,y),A(y)).\end{aligned}$$

此类多粒度模糊粗糙集模型已在文献 [8] 中验证, 因此对该定义的性质论证可见文献 [8].

定义 3.2 (第二类乐观的多粒度模糊粗糙集) U 是论域, $\{R_1,R_2,\cdots,R_m\}$ 是关于 U 的一族 T - 模糊相似关系, 那么 $\forall A\in F(U)$, A 关于模糊近似空间 $apr_2=(U,R_i(1\leqslant i\leqslant m),\sigma,\vartheta)$ 的乐观多粒度模糊粗糙下近似和上近似分别记为 $(II)\underline{(\sum_{i=1}^{m}R_i)}^O(A)$ 和 $(II)\overline{(\sum_{i=1}^{m}R_i)}^O(A)$, 其中

对于每个 $x \in U$,

$$
\begin{aligned}
(II)(\underline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(A)(x) &= \bigvee_{i=1}^{m} \bigwedge_{y\in U} \vartheta(R_i(x,y), A(y)),\\
(II)(\overline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(A)(x) &= \bigwedge_{i=1}^{m} \bigvee_{y\in U} \sigma(N(R_i(x,y)), A(y)).
\end{aligned}
$$

为简化标记, 令 $(II)(\underline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(A) = (\underline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(A)$ 和 $(II)(\overline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(A) = (\overline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(A)$, 如果 $(\underline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(A) = (\overline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(A)$, 那么 A 被称作在多粒度 T - 模糊相似环境下乐观可定义, 否则乐观不可定义. $\langle(\underline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(A), (\overline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(A)\rangle$ 在此环境下被称作 A 的乐观粗糙近似. 下面将核对乐观的多粒度模糊粗糙集的相关性质.

定理 3.3 设 U 是论域, $\{R_1, R_2, \cdots, R_m\}$ 是关于 U 的一族 T - 模糊相似关系, 那么 $\forall A, B \in F(U)$, 乐观多粒度模糊粗糙集有下列性质:

(1) $(\underline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(A) \subseteq A \subseteq (\overline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(A)$.

(2) $(\underline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(\emptyset) = (\overline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(\emptyset) = \emptyset, (\underline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(U) = (\overline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(U) = U$.

(3) $(\underline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(A) = \bigcup_{i=1}^{m} \underline{R_i}(A), (\overline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(A) = \bigcap_{i=1}^{m} \overline{R_i}$.

(4) $(\underline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}((\underline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(A)) = (\underline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(A),\ (\overline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}((\overline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(A)) = (\overline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(A)$.

(5) $(\underline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(\sim A) = \sim (\overline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(A), (\overline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(\sim A) = \sim (\underline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(A)$.

(6) $A \subseteq B \Rightarrow (\underline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(A) \subseteq (\underline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(B), (\overline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(A) \subseteq (\overline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(B)$.

证 (1) 对 $x \in U$,

$$
\begin{aligned}
(\underline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(A)(x) &= \bigvee_{i=1}^{m} \bigwedge_{y\in U} \vartheta(R_i(x,y), A(y))\\
&\leqslant \bigvee_{i=1}^{m} \vartheta(R_i(x,x), A(x)) = \vartheta(1, A(x)) = A(x),\\
(\overline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^{O}(A)(x) &= \bigwedge_{i=1}^{m} \bigvee_{y\in U} \sigma(N(R_i(x,y)), A(y))\\
&\geqslant \bigwedge_{i=1}^{m} \sigma(N(R_i(x,x)), A(x)) = \sigma(0, A(x)) = A(x).
\end{aligned}
$$

(2) 对 $x \in U$, 由定理 3.3(1), 知 $(\underline{\sum\limits_{i=1}^{m} R_i})^O(\emptyset)(x) \leqslant 0$, 而 $(\underline{\sum\limits_{i=1}^{m} R_i})^O(\emptyset)(x) \geqslant 0$, 因此 $(\underline{\sum\limits_{i=1}^{m} R_i})^O(\emptyset)(x) = 0$. 而

$$(\overline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^O(\emptyset)(x) = \bigwedge_{i=1}^{m} \bigvee_{y \in U} \sigma(N(R_i(x,y)), \emptyset(x)) = \bigwedge_{i=1}^{m} \bigvee_{y \in U} \sigma(N(R_i(x,y)), 0) = 0,$$

故 $(\overline{\sum\limits_{i=1}^{m} R_i})^O(\emptyset) = (\underline{\sum\limits_{i=1}^{m} R_i})^O(\emptyset) = \emptyset$.

类似地, 对 $x \in U$, 由定理 3.3(1) 知 $(\overline{\sum\limits_{i=1}^{m} R_i})^O(U)(x) \geqslant 1$, 而 $(\overline{\sum\limits_{i=1}^{m} R_i})^O(U)(x) \leqslant 1$, 因此 $(\overline{\sum\limits_{i=1}^{m} R_i})^O(U)(x) = 1$. 而

$$(\underline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^O(U)(x) = \bigvee_{i=1}^{m} \bigwedge_{y \in U} \vartheta(R_i(x,y), U(y)) = \bigvee_{i=1}^{m} \bigwedge_{y \in U} \vartheta(R_i(x,y), 1) = 1,$$

故 $(\underline{\sum\limits_{i=1}^{m} R_i})^O(U) = (\overline{\sum\limits_{i=1}^{m} R_i})^O(U) = U$.

(3) 由定义 3.2 可以直接获得.

(4) 由定理 3.3(1) 知 $(\underline{\sum\limits_{i=1}^{m} R_i})^O(A) \subseteq A$, 因此, 有 $(\underline{\sum\limits_{i=1}^{m} R_i})^O((\underline{\sum\limits_{i=1}^{m} R_i})^O(A)) \subseteq (\underline{\sum\limits_{i=1}^{m} R_i})^O(A)$, 而由定理 3.3(3) 和定理 2.3(5) 的结论知

$$\begin{aligned}(\underline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^O((\underline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^O(A)) &= \bigcup_{i=1}^{m} \underline{R_i}((\underline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^O(A)) = \bigcup_{i=1}^{m} \underline{R_i}(\bigcup_{i=1}^{m} \underline{R_i}(A)) \\ &\supseteq \bigcup_{i=1}^{m} \bigcup_{i=1}^{m} \underline{R_i}(\underline{R_i}(A)) = \bigcup_{i=1}^{m} \underline{R_i}(A) = (\underline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^O(A),\end{aligned}$$

故 $(\underline{\sum\limits_{i=1}^{m} R_i})^O((\underline{\sum\limits_{i=1}^{m} R_i})^O(A)) = (\underline{\sum\limits_{i=1}^{m} R_i})^O(A)$.

类似地, 我么也能获得 $(\overline{\sum\limits_{i=1}^{m} R_i})^O((\overline{\sum\limits_{i=1}^{m} R_i})^O(A)) = (\overline{\sum\limits_{i=1}^{m} R_i})^O(A)$.

(5) 对 $x \in U$,

$$\begin{aligned}(\underline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^O(\sim A)(x) &= \bigvee_{i=1}^{m} \bigwedge_{y \in U} \vartheta(R_i(x,y), N(A(y))) = \bigvee_{i=1}^{m} \bigwedge_{y \in U} N(\sigma(N(R_i(x,y))), A(y)) \\ &= N(\bigwedge_{i=1}^{m} \bigvee_{y \in U} \sigma(N(R_i(x,y))), A(y)) = \sim (\overline{\sum_{i=1}^{m} R_i})^O(A).\end{aligned}$$

类似地, 我们也能获得 $(\overline{\sum\limits_{i=1}^{m} R_i})^O(\sim A) = \sim (\underline{\sum\limits_{i=1}^{m} R_i})^O(A)$.

(6) 对 $x\in U$,

$$\begin{aligned}(\underline{\sum_{i=1}^{m}R_i})^O(A)(x)&=\bigvee_{i=1}^{m}\bigwedge_{y\in U}\vartheta(R_i(x,y),A(y)),\\&\leqslant\bigvee_{i=1}^{m}\bigwedge_{y\in U}\vartheta(R_i(x,y),B(y))=(\underline{\sum_{i=1}^{m}R_i})^O(B)(x).\end{aligned}$$

类似地, 我们也能获得 $(\overline{\sum_{i=1}^{m}R_i})^O(A)\subseteq(\overline{\sum_{i=1}^{m}R_i})^O(B)$.

在以上定理中, 性质 (1) 表明了乐观多粒度的下近似和上近似满足收缩性和扩张性; 性质 (2) 满足正规性; 性质 (3) 表明了乐观的多粒度模糊粗糙集和单粒度模糊粗糙集之间的关系; (4) 和 (5) 分别表明了乐观的多粒度模糊粗糙集的幂等性和互补性; (6) 表明了乐观多粒度模糊粗糙集的单调性. 它们都是定理 2.3 中各性质的推广.

定理 3.4 设 U 是论域, $\{R_1,R_2,\cdots,R_m\}$ 是关于 U 的一族 T - 模糊相似关系, 那么 $\forall A_1,A_2,\cdots,A_n\in F(U)$, 第二类乐观多粒度模糊粗糙集有下列性质:

(1) $(\underline{\sum_{i=1}^{m}R_i})^O(\bigcap_{j=1}^{n}A_j)=\bigcup_{i=1}^{m}(\bigcap_{j=1}^{n}\underline{R_i}A_j)$, $(\overline{\sum_{i=1}^{m}R_i})^O(\bigcup_{j=1}^{n}A_j)=\bigcap_{i=1}^{m}(\bigcup_{j=1}^{n}\overline{R_i}A_j)$.

(2) $(\underline{\sum_{i=1}^{m}R_i})^O(\bigcap_{j=1}^{n}A_j)=\bigcap_{j=1}^{n}((\underline{\sum_{i=1}^{m}R_i})^O(A_j))$, $(\overline{\sum_{i=1}^{m}R_i})^O(\bigcup_{j=1}^{n}A_j)=\bigcup_{j=1}^{n}((\overline{\sum_{i=1}^{m}R_i})^O(A_j))$.

(3) $(\underline{\sum_{i=1}^{m}R_i})^O(\bigcup_{j=1}^{n}A_j)\supseteq\bigcup_{j=1}^{n}((\underline{\sum_{i=1}^{m}R_i})^O(A_j))$, $(\overline{\sum_{i=1}^{m}R_i})^O(\bigcap_{j=1}^{n}A_j)\subseteq\bigcap_{j=1}^{n}((\overline{\sum_{i=1}^{m}R_i})^O(A_j))$.

证 (1) 对 $x\in U$,

$$\begin{aligned}(\underline{\sum_{i=1}^{m}R_i})^O(\bigcap_{j=1}^{n}A_j)(x)&=\bigvee_{i=1}^{m}\bigwedge_{y\in U}\vartheta(R_i(x,y),(\bigcap_{j=1}^{n}A_j)(y))=\bigvee_{i=1}^{m}\bigwedge_{y\in U}\vartheta(R_i(x,y),\bigwedge_{j=1}^{n}A_j(y))\\&=\bigvee_{i=1}^{m}\bigwedge_{j=1}^{n}\bigwedge_{y\in U}\vartheta(R_i(x,y),A_j(y))=\bigvee_{i=1}^{m}\bigwedge_{j=1}^{n}\underline{R_i}(A_j)(x)\\&=\bigvee_{i=1}^{m}((\bigcap_{j=1}^{n}\underline{R_i}(A_j))(x))=(\bigcup_{i=1}^{m}(\bigcap_{j=1}^{n}\underline{R_i}A_j))(x).\end{aligned}$$

类似的, 我们也能获得 $(\overline{\sum_{i=1}^{m}R_i})^O(\bigcup_{j=1}^{n}A_j)=\bigcap_{i=1}^{m}(\bigcup_{j=1}^{n}\overline{R_i}A_j)$.

(2) 对 $x\in U$,

$$\begin{aligned}(\underline{\sum_{i=1}^{m}R_i})^O(\bigcap_{j=1}^{n}A_j)(x)&=\bigvee_{i=1}^{m}\bigwedge_{y\in U}\vartheta(R_i(x,y),(\bigcap_{j=1}^{n}A_j)(y))=\bigvee_{i=1}^{m}\bigwedge_{y\in U}\vartheta(R_i(x,y),\bigwedge_{j=1}^{n}A_j(y))\\&=\bigwedge_{j=1}^{n}\bigvee_{i=1}^{m}\bigwedge_{y\in U}\vartheta(R_i(x,y),A_j(y))=\bigwedge_{j=1}^{n}((\underline{\sum_{i=1}^{m}R_i})^O(A_j)(x))\\&=(\bigcap_{j=1}^{n}((\underline{\sum_{i=1}^{m}R_i})^O(A_j)))(x).\end{aligned}$$

表 1: R_1 上的模糊关系.

$U\times U$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	1.0	0.3	0.8	0.9	0.2	0.3
x_2	0.3	1.0	0.4	0.4	0.7	0.8
x_3	0.8	0.4	1.0	0.8	0.3	0.2
x_4	0.9	0.4	0.8	1.0	0.2	0.2
x_5	0.2	0.7	0.3	0.2	1.0	0.8
x_6	0.3	0.8	0.2	0.2	0.8	1.0

表 2: R_2 上的模糊关系.

$U\times U$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	1.0	0.4	0.7	0.7	0.4	0.4
x_2	0.4	1.0	0.5	0.5	0.6	0.7
x_3	0.7	0.5	1.0	0.6	0.4	0.4
x_4	0.7	0.5	0.6	1.0	0.3	0.4
x_5	0.4	0.6	0.4	0.3	1.0	0.6
x_6	0.4	0.7	0.4	0.4	0.6	1.0

同理, 我们也能获得 $(\overline{\sum\limits_{i=1}^m R_i})^O(\bigcup\limits_{j=1}^n A_j)=\bigcup\limits_{j=1}^n((\overline{\sum\limits_{i=1}^m R_i})^O(A_j))$.

(3) 由定理 3.3(3) 知 $(\underline{\sum\limits_{i=1}^m R_i})^O(A)=\bigcup\limits_{i=1}^m \underline{R_i}(A)$, 因此 $(\underline{\sum\limits_{i=1}^m R_i})^O(\bigcup\limits_{j=1}^n A_j)=\bigcup\limits_{i=1}^m \underline{R_i}(\bigcup\limits_{j=1}^n A_j)$. 又由定理 3.3(3) 和定理 2.3(5) 得

$$\bigcup_{i=1}^m \underline{R_i}(\bigcup_{j=1}^n A_j)\supseteq\bigcup_{i=1}^m\bigcup_{j=1}^n \underline{R_i}(A_j)=\bigcup_{j=1}^n\bigcup_{i=1}^m \underline{R_i}(A_j)=\bigcup_{j=1}^n((\underline{\sum_{i=1}^m R_i})^O(A_j)),$$

即 $(\underline{\sum\limits_{i=1}^m R_i})^O(\bigcup\limits_{j=1}^n A_j)\supseteq\bigcup\limits_{j=1}^n((\underline{\sum\limits_{i=1}^m R_i})^O(A_j))$.

同理, $(\overline{\sum\limits_{i=1}^m R_i})^O(\bigcap\limits_{j=1}^n A_j)\subseteq\bigcap\limits_{j=1}^n((\overline{\sum\limits_{i=1}^m R_i})^O(A_j))$.

在以上定理中, 不仅是基于多粒度 T - 模糊相似关系, 而且一簇模糊对象也可以近似.

4 第一类乐观的多粒度模糊粗糙集近似约简

本节通过构造区分函数来定义多粒度模糊粗糙集的近似约简, 并用例子进行了计算说明.

定义 4.1 一个多粒度模糊决策系统 ($MGFDS$) 是一个五元组 $K=(U,\Re=\{R_i|1\leqslant i\leqslant m\},D,V,f)$, 其中 U 是非空论域, $\{R_i|1\leqslant i\leqslant m\}$ 是在 U 上的 m 个模糊关系集合, D 表示非空有限的决策属性集合, V 是决策属性的值域, f 是 $U\times D\rightarrow V$ 的一个信息函数, 同时称 $f(x,d)$ 为 x 在决策属性 d 下的决策值. 其中模糊决策向量为 $D_1=(0.6,0.3,0.7,0.8,0.2,0.2)^T$, $D_2=(0.3,0.7,0.3,0.2,0.8,0.8)^T$.

我们把多粒度信息系统作为一种特殊的多粒度模糊决策系统.

实例分析 4.2 在一个多粒度模糊决策系统中, $U=\{x_1,x_2,\cdots,x_6\}$, $R_i(1\leqslant i\leqslant 5)$ 分别表示表 1– 表 5 的模糊关系; $D=\{d_1,d_2\}$, 其中, $f(x_1,d_1)=0.6$, $f(x_2,d_1)=0.3$, $f(x_3,d_1)=0.7$, $f(x_4,d_1)=0.8$, $f(x_5,d_1)=0.2$, $f(x_6,d_1)=0.2$, $f(x_1,d_2)=0.3$, $f(x_2,d_2)=0.7$, $f(x_3,d_2)=0.3$, $f(x_4,d_2)=0.2$, $f(x_5,d_2)=0.8$, $f(x_6,d_2)=0.8$. 并取 t - 模 $T(x,y)=\min\{x,y\}$, t - 余模 $S(x,y)=\max\{x,y\}$, 负算子 $N(x)=1-x$.

定义 4.3 在一个多粒度模糊决策系统 $MGFDS=\{U,C\cup D,V,f\}$ 中, 论域 $U=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$, 条件属性 $C=\{c_1,c_2,\cdots,c_m\}$, 决策属性 $D=\{d_1,d_2,\cdots,d_l\}$, $D_j=\sum\limits_{i=1}^n\frac{f(x_i,d_j)}{x_i}\in F(U)(1\leqslant j\leqslant l)$, 并且 $\underline{\Re}^O,\underline{\Re}^O\subseteq\Re$.

表 3: R_3 上的模糊关系.

$U\times U$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	1.0	0.5	0.2	0.1	0.7	0.6
x_2	0.5	1.0	0.4	0.3	0.8	0.7
x_3	0.2	0.4	1.0	0.7	0.3	0.2
x_4	0.1	0.3	0.7	1.0	0.8	0.7
x_5	0.7	0.7	0.3	0.8	1.0	0.1
x_6	0.6	0.8	0.2	0.7	0.1	1.0

表 4: R_4 上的模糊关系.

$U\times U$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	1.0	0.7	0.3	0.2	0.7	0.7
x_2	0.7	1.0	0.3	0.4	0.7	0.6
x_3	0.3	0.3	1.0	0.7	0.4	0.3
x_4	0.2	0.4	0.7	1.0	0.7	0.8
x_5	0.7	0.7	0.4	0.7	1.0	0.3
x_6	0.7	0.6	0.3	0.8	0.3	1.0

表 5: R_5 上的模糊关系.

$U\times U$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	1.0	0.7	0.3	0.3	0.8	0.7
x_2	0.7	1.0	0.7	0.7	0.3	0.4
x_3	0.3	0.7	1.0	0.3	0.8	0.8
x_4	0.3	0.7	0.3	1.0	0.8	0.8
x_5	0.8	0.3	0.8	0.8	1.0	0.2
x_6	0.7	0.4	0.8	0.8	0.2	1.0

(1) 如果 $(I)(\underline{\sum\limits_{R_i\in(I)\underline{\mathfrak{R}}^O} R_i})^O D_j=(I)(\underline{\sum\limits_{i=1}^{m} R_i})^O$, 那么对所有的 $j(1\leqslant j\leqslant l)$, 称 $(I)\underline{\mathfrak{R}}^O$ 是多粒度模糊决策系统的第一类一致性乐观下近似集, 如果 $(I)\underline{\mathfrak{R}}^O$ 是第一类一致性乐观下近似集, 并且 $(I)\underline{\mathfrak{R}}^O$ 中没有合适的子集是第一类一致性乐观下近似集, 那么称作 $(I)\underline{\mathfrak{R}}^O$ 为多粒度模糊决策系统中的第一类乐观下近似约简.

(2) 如果 $(I)(\overline{\sum\limits_{R_i\in(I)\overline{\mathfrak{R}}^O} R_i})^O D_j=(I)(\overline{\sum\limits_{i=1}^{m} R_i})^O$, 那么对所有的 $j(1\leqslant j\leqslant l)$, 我们称 $(I)\overline{\mathfrak{R}}^O$ 是多粒度模糊决策系统的第一类一致性乐观上近似集, 如果 $(I)\overline{\mathfrak{R}}^O$ 是第一类一致性乐观上近似集, 并且 $(I)\overline{\mathfrak{R}}^O$ 中没有合适的子集是第一类一致性乐观上近似集, 那么称作 $(I)\overline{\mathfrak{R}}^O$ 为多粒度模糊决策系统中的第一类乐观上近似约简.

为了获取第一类乐观地近似算子, 定义了模糊向量与模糊矩阵相关的算子.

定义 4.4 定义两 n 维模糊向量 $\alpha_1=(\alpha_{11},\alpha_{12},\cdots,\alpha_{1n})^T$, $\alpha_2=(\alpha_{21},\alpha_{22},\cdots,\alpha_{2n})^T$, 并且 $M_1=(\alpha_{11},\alpha_{12},\cdots,\alpha_{1m})$, $M_2=(\alpha_{21},\alpha_{22},\cdots,\alpha_{2m})$ 是两个 $n\times m$ 的模糊矩阵, 其中 $\alpha_{1j},\alpha_{2j}(1\leqslant j\leqslant m)$ 是 n 维模糊向量, 那么

(1) $\alpha_1\cup\alpha_2=(\max(\alpha_{11},\alpha_{21}),\max(\alpha_{12},\alpha_{22}),\cdots,\max(\alpha_{1n},\alpha_{2n}))^T$.

(2) $\alpha_1\cap\alpha_2=(\min(\alpha_{11},\alpha_{21}),\min(\alpha_{12},\alpha_{22}),\cdots,\min(\alpha_{1n},\alpha_{2n}))^T$.

(3) $\overline{\alpha_1}=(1-\alpha_{11},1-\alpha_{12},\cdots,1-\alpha_{1n})^T$.

(4) $M_1\cup M_2=(\alpha_{11}\cup\alpha_{21},\alpha_{12}\cup\alpha_{22},\cdots,\alpha_{1m}\cup\alpha_{2m})$.

(5) $M_1\cap M_2=(\alpha_{11}\cap\alpha_{21},\alpha_{12}\cap\alpha_{22},\cdots,\alpha_{1m}\cap\alpha_{2m})$.

(6) $\overline{M_1}=(\overline{\alpha_{11}},\overline{\alpha_{12}},\cdots,\overline{\alpha_{1m}})$.

定义 4.5 设 P 是 $m\times l$ 型模糊矩阵, Q 是 $l\times n$ 型模糊矩阵, 其中

$$P=\begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1l} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m1} & p_{m2} & \cdots & p_{ml} \end{pmatrix}, Q=\begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdots & q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} & \cdots & q_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{l1} & q_{l2} & \cdots & q_{ln} \end{pmatrix},$$

那么 P 与 Q 的乘积 $M=P\times Q=(r_{ij})_{m\times n}$ 是一个 $m\times n$ 维的模糊矩阵, 其中 $r_{ij}=\max\{\min\{p_{i1},q_{1j}\},\min\{p_{i2},q_{2j}\},\cdots,\min\{p_{il},q_{lj}\}\}$.

性质 4.6 设 R 是在 U 上的 T - 模糊相似关系, M_R 是 R 的模糊关系矩阵, 并且 $A\in F(U)$, 那么 $\overline{R}(A)=M_R\times A$, $\underline{R}(A)=\overline{M_R\times\overline{A}}$, 其中 $\overline{R}(A)$ 与 $\underline{R}(A)$ 见参考文献 [6].

性质 4.7 设 $R_i(1\leqslant i\leqslant m)$ 是 m 个在 U 上的 T - 模糊相似关系, $M_{R_i}(1\leqslant i\leqslant m)$ 是 $R_i(1\leqslant i\leqslant m)$ 上的模糊关系矩阵, 并且 $A\in F(U)$, 那么

$$(I)\overline{(\sum_{i=1}^{m}R_i)^O}(A)=\bigcap_{i=1}^{m}(M_{R_i}\times A),$$

$$(I)\underline{(\sum_{i=1}^{m}R_i)^O}(A)=\bigcup_{i=1}^{m}(\overline{M_{R_i}\times\overline{A}}).$$

故在实例分析中, $\overline{R_1}(D_1)=M_{R_1}\times D_1=(0.8,0.4,0.8,0.8,0.3,0.3)^T$, $\overline{R_2}(D_1)=M_{R_2}\times D_1=(0.7,0.5,0.7,0.8,0.4,0.4)^T$, $\overline{R_3}(D_1)=M_{R_3}\times D_1=(0.6,0.5,0.7,0.8,0.8,0.7)^T$, $\overline{R_4}(D_1)=M_{R_4}\times D_1=(0.6,0.6,0.7,0.8,0.7,0.8)^T$, $\overline{R_5}(D_1)=M_{R_5}\times D_1=(0.6,0.7,0.7,0.8,0.8,0.8)^T$, 因此, $(I)\overline{(\sum_{i=1}^{5}R_i)^O}(D_1)(x)=\bigcap_{i=1}^{5}(M_{R_i}\times D_1)=(0.6,0.4,0.7,0.8,0.3,0.3)^T$.

在实例分析中, $\overline{R_1}(D_2)=M_{R_1}\times D_2=(0.3,0.8,0.4,0.4,0.8,0.8)^T$, $\overline{R_2}(D_2)=M_{R_2}\times D_2=(0.4,0.7,0.5,0.5,0.8,0.8)^T$, $\overline{R_3}(D_2)=M_{R_3}\times D_2=(0.7,0.8,0.4,0.8,0.8,0.8)^T$, $\overline{R_4}(D_2)=M_{R_4}\times D_2=(0.7,0.7,0.4,0.8,0.8,0.8)^T$, $\overline{R_5}(D_2)=M_{R_5}\times D_2=(0.8,0.7,0.8,0.8,0.8,0.8)^T$, 因此, $(I)\overline{(\sum_{i=1}^{5}R_i)^O}(D_2)(x)=\bigcap_{i=1}^{5}(M_{R_i}\times D_2)=(0.3,0.7,0.4,0.4,0.8,0.8)^T$.

在实例分析中, $\underline{R_1}(D_1)=\overline{M_{R_1}\times\overline{D_1}}=(0.6,0.2,0.6,0.6,0.2,0.2)^T$, $\underline{R_2}(D_1)=\overline{M_{R_2}\times\overline{D_1}}=(0.6,0.3,0.5,0.5,0.2,0.2)^T$, $\underline{R_3}(D_1)=\overline{M_{R_3}\times\overline{D_1}}=(0.3,0.2,0.6,0.2,0.2,0.2)^T$, $\underline{R_4}(D_1)=\overline{M_{R_4}\times\overline{D_1}}=(0.3,0.3,0.6,0.2,0.2,0.2)^T$, $\underline{R_5}(D_1)=\overline{M_{R_5}\times\overline{D_1}}=(0.2,0.3,0.2,0.2,0.2,0.2)^T$, 因此, $(I)\underline{(\sum_{i=1}^{5}R_i)^O}(D_1)=\bigcup_{i=1}^{5}(\overline{M_{R_i}\times\overline{D_1}})=(0.6,0.3,0.6,0.6,0.2,0.2)^T$.

在实例分析中, $\underline{R_1}(D_2)=\overline{M_{R_1}\times\overline{D_2}}=(0.2,0.6,0.2,0.2,0.7,0.7)^T$, $\underline{R_2}(D_2)=\overline{M_{R_2}\times\overline{D_2}}=(0.3,0.5,0.3,0.2,0.6,0.6)^T$, $\underline{R_3}(D_2)=\overline{M_{R_3}\times\overline{D_2}}=(0.3,0.5,0.3,0.2,0.2,0.3)^T$, $\underline{R_4}(D_2)=\overline{M_{R_4}\times\overline{D_2}}=(0.3,0.3,0.3,0.2,0.3,0.2)^T$, $\underline{R_5}(D_2)=\overline{M_{R_5}\times\overline{D_2}}=(0.3,0.3,0.3,0.2,0.2,0.2)^T$, 因此, $(I)\underline{(\sum_{i=1}^{5}R_i)^O}(D_2)=\bigcup_{i=1}^{5}(\overline{M_{R_i}\times\overline{D_2}})=(0.3,0.6,0.3,0.2,0.7,0.7)^T$.

在粗糙集理论中, 区分矩阵或区分函数是各种约简算法的关键因素. 因此, 我们通过构造区分函数来定义一种多粒度模糊粗糙决策系统的近似约简方法, 这种方法决定了所有的第一类型的的乐观上下近似约简. 我们定义如下区分函数.

定义 4.8 假设

$$MGFDS=(U,\{R_j|1\leqslant j\leqslant m\},D=\{d_i|1\leqslant i\leqslant l\},V,f),$$

并且 $|U|=n$, 其中 $D_i(1\leqslant i\leqslant l)$ 是由决策属性 $d_i(1\leqslant i\leqslant l)$ 决定的决策向量. 记

$$\begin{aligned}
&(I)\underline{(\sum_{j=1}^{m}R_j)}^O(D_i)=(\underline{d}_{i1}^O,\underline{d}_{i2}^O,\cdots,\underline{d}_{in}^O)(1\leqslant i\leqslant l)^T,\\
&(I)\overline{(\sum_{j=1}^{m}R_j)}^O(D_i)=(\overline{d}_{i1}^O,\overline{d}_{i2}^O,\cdots,\overline{d}_{in}^O)(1\leqslant i\leqslant l)^T,\\
&\underline{R_j}(D_i)=(\underline{r}_{ij1},\underline{r}_{ij2},\cdots,\underline{r}_{ijn})(1\leqslant i\leqslant l,1\leqslant j\leqslant m)^T,\\
&\overline{R_j}(D_i)=(\overline{r}_{ij1},\overline{r}_{ij2},\cdots,\overline{r}_{ijn})(1\leqslant i\leqslant l,1\leqslant j\leqslant m)^T.
\end{aligned}$$

那么 $MGFDS$ 的下近似区分函数是 $\underline{F}^O=\bigwedge_{i=1}^{l}\bigwedge_{t=1}^{n}(\bigvee_{\underline{r}_{ijt}=\underline{d}_{it},1\leqslant j\leqslant m}R_j)$, $MGFDS$ 的上近似区分函数是 $\overline{F}^O=\bigwedge_{i=1}^{l}\bigwedge_{t=1}^{n}(\bigvee_{\overline{r}_{ijt}=\overline{d}_{it},1\leqslant j\leqslant m}R_j)$. 对于该实例, 记

$$\mathbb{R}=(R_1\vee R_2\vee R_3\vee R_4\vee R_5),$$

那么

$$\begin{aligned}
\underline{F}^O=&((R_1\vee R_2)\wedge(R_2\vee R_4\vee R_5)\wedge(R_1\vee R_3\vee R_4)\wedge R_1\wedge\mathbb{R}\wedge\mathbb{R})\wedge\\
&((R_2\vee R_3\vee R_4\vee R_5)\wedge R_1\wedge(R_2\vee R_3\vee R_4\vee R_5)\wedge\mathbb{R}\wedge R_1\wedge R_1),\\
\overline{F}^O=&((R_3\vee R_4\vee R_5)\wedge R_1\wedge(R_2\vee R_3\vee R_4\vee R_5)\wedge\mathbb{R}\wedge R_1\wedge R_1)\wedge\\
&(R_1\wedge(R_2\vee R_4\vee R_5)\wedge(R_1\vee R_3\vee R_4)\wedge R_1\wedge\mathbb{R}\wedge\mathbb{R}).
\end{aligned}$$

定理 4.9 设 $MGFDS=(U,\{R_j|1\leqslant j\leqslant m\},D=\{d_i|1\leqslant i\leqslant l\},V,f)$, 并且 $|U|=n$, 把多粒度模糊粗糙决策系统的第一类乐观的下近似区分函数 $\underline{F}^O$ 与第一类乐观的上近似区分函数 $\underline{F}^O$ 分别转换成析取形式 $\underline{F}^O=\bigvee_{r=1}^{r=u_1}(\bigwedge_{k=1}^{k=p_1}R_{j_{1k}})$, $\overline{F}^O=\bigvee_{r=1}^{r=u_2}(\bigwedge_{k=1}^{k=p_2}R_{j_{2k}})$, 那么 $\underline{B}_r^O=\{R_{j_{1k}}:k=1,\cdots,p_1\}(r=1,\cdots,u_1)$, $\overline{B}_r^O=\{R_{j_{2k}}:k=1,\cdots,p_2\}(r=1,\cdots,u_2)$ 分别是该多粒度模糊粗糙决策系统的第一类乐观的下近似约简和上近似约简.

因此, 对于该实例, 能够得到

$$\begin{aligned}
&\underline{F}^O=(R_1\wedge R_2)\vee(R_1\wedge R_4)\vee(R_1\wedge R_5),\\
&\overline{F}^O=(R_1\wedge R_4)\vee(R_1\wedge R_5),
\end{aligned}$$

即第一类乐观下近似约简为 $\{R_1,R_2\}$, $\{R_1,R_4\}$, $\{R_1,R_5\}$; 第一类乐观上近似约简为 $\{R_1,R_4\}$, $\{R_1,R_5\}$.

5 结束语

模糊粗糙集和多粒度粗糙集是经典粗糙集的推广, 本文是通过在 T - 模糊环境下发展多粒度粗糙集模型. 通过核对多粒度模糊粗糙集的性质, 我们得出了本文的粗糙集模型是模糊粗糙集和多粒度粗糙集的推广. 在这个工作上, 我们也提出了基于区分函数的多粒度模糊决策系统的近似约简方法.

参 考 文 献

[1] Pawlak Z. Rough sets[J]. Intern. J. Comput. Infor. Sci., 1982, 11(5): 341–356.

[2] Pawlak Z. Rudiments of rough sets[J]. Infor. Sci., 2007, 177(1): 3–27.

[3] Qian Y H, Liang J Y, Yao Y Y, Dang C Y. MGRS: A multi-granulation rough set[J]. Infor. Sci., 2010, 180(6): 949–970.

[4] Lin G P, Qian Y H, Li J J. NMGRS: neighborhood-based multigranulation rough sets[J]. Inter. J. Approx. Reason., 2012, 53: 1080–1093.

[5] Liu C H, Miao D Q, Qian J. On multi-granulation covering rough sets[J]. Inter. J. Approx. Reason., 2014, 55 (1): 1404–1418.

[6] Huang B, Guo C X, Zhuang Y L, Li H X, Zhou X Z. Intuitionistic fuzzy multigranulation rough sets[J]. Infor. Sci., 2014, 277(1): 299–320.

[7] Dubios D, Prade D. Rough fuzzy sets and fuzzy rough sets[J]. Inter. J. General Sys., 1990, 17: 191–209.

[8] Yang X B, Song X N, Dou H L, Yang J Y. Multi-granulation rough set: from crisp to fuzzy case[J]. Ann. Fuzzy Math. Infor., 2011, 1(1): 55–70.

[9] Li W T. Zhang X Y, Sun W X. Further study of multigranulation fuzzy rough sets[J]. Sci. World J., 2014, http://dx.doi.org/10.1155/2014/927014.

[10] 王斯锋，屈彪. 基于属性优先级别关系和满意度的多属性决策方法 [J]. 数学杂志, 2014, 34(5): 904–908.

[11] Yueng D S, Chen D G, Tsang E C C, Lee J W T. On the generalization of fuzzy rough sets[J]. IEEE Trans. Fuzzy Sys., 2005, 13(6): 343–361.

THE STUDY ON MULTI-GRANULATION FUZZY ROUGH SET

LI Cong

(*School of Mathematics and Statistics, Wuhan University, Wuhan 430072, China*)

Abstract: In this paper, attribute reduction in fuzzy rough sets is studied. By the combination of advantage of rough set and multi-granulation fuzzy rough set, two type multi-granulation fuzzy rough set models are proposed, which make the upper and lower approximate sets be dual. Meanwhile，the properties of multi-granulation fuzzy rough set and their relations with single granulation fuzzy rough set are discussed. Furthermore, approximation reduction approach of a type of multi-granulation fuzzy rough set model is put forward by constructing discernibility functions. Finally, we examine the effectiveness of the approximation reduction approaches of multi-granulation fuzzy rough decision systems with a detailed example.

Keywords: fuzzy rough set; multi-granulation rough set; T-implicator; approximation reduction

2010 MR Subject Classification: 68T37; 90B50