

N - 邻域与 N -Fuzzy 有界集

张 慧

(安徽师范大学数学计算机科学学院, 安徽 芜湖 241003)

摘要: 本文研究了 Fuzzy 拓扑空间中的 N - 邻域与 N -Fuzzy 有界集问题. 利用 N - 邻域引入 N -Fuzzy 有界集概念, 讨论了其与另两种 Fuzzy 有界集的关系, 获得了三种 Fuzzy 有界集的等价刻画及 N -Fuzzy 有界集的一些基本性质, 推广了 Fuzzy 有界集的已有结果.

关键词: Fuzzy 拓扑; Fuzzy 拓扑线性空间; N - 邻域; N -Fuzzy 有界集

MR(2010) 主题分类号: 54A40

中图分类号: O177; O189.13

文献标识码: A

文章编号: 0255-7797(2015)05-1209-06

1 引言

有关 Fuzzy 邻域概念最初提法可见 Chang^[1] 的结果, 文中给出了 Fuzzy 集的 Fuzzy 邻域概念, 但并未涉及点的 Fuzzy 邻域, 这对于深入研究 Fuzzy 拓扑学理论是不够的. 因此, 许多学者进一步探讨了这个问题, 其中最具代表性的是 Warren^[2], 蒲保明和刘应明^[3] 及吴从炘等^[4] 关于点的 Fuzzy 邻域概念的研究, 应该说 Warren 给出的是分明点的 Fuzzy 邻域 (简称 W -邻域), 蒲保明和刘应明给出了以分明点为特例的 Fuzzy 点的一种邻域 (简称 Q -邻域), 吴从炘则融合了 Chang 的邻域概念, 引进了蒲保明和刘应明意义下的 Fuzzy 点的 Fuzzy 邻域 (简称 N -邻域). 目前使用较为广泛的是 W -邻域及 Q -邻域, 它们很好地刻画了 Fuzzy 拓扑学中的一系列问题, 如收敛性, 分离性, 紧性等等^[5-7]. 然而在研究一些问题, 如 Mackey 收敛在 Fuzzy 拓扑线性空间中的理论推广时, 这两种定义都不能很好地使用. 相反的, N -邻域因其本身具有分明拓扑学理论中邻域的特点, 就比较匹配. 于是, 在此背景下, 探讨 N -邻域以及它与 W -邻域, Q -邻域之间的关系对于 Fuzzy 拓扑学及 Fuzzy 分析学相关理论的深入研究是必要的. 同时, 关于 Fuzzy 拓扑线性空间中的 Fuzzy 有界集的研究, 迄今为止有两种定义, 一种是吴从炘, 方锦暄利用 Q -邻域定义的 Fuzzy 有界集^[8], 一种是 Katsaras 利用 W -邻域定义的 Fuzzy 有界集^[9], 而在研究 Mackey 收敛在 Fuzzy 拓扑线性空间中的理论推广时, 这两种定义也不好.

鉴于以上分析, 本文首先探讨 N -邻域与 W -邻域, Q -邻域定义间的关系, 结果表明在一定条件下, 这三种邻域等价; 其次, 利用 N -邻域构造了 N -Fuzzy 有界集, 并证明出它与前两种 Fuzzy 有界集保持等价关系, 于是, 此三种定义下的大部分结论都是融汇贯通的. 作为新构造的 Fuzzy 有界集, 在本文的最后部分, 我们给出了 N -Fuzzy 有界集的一些性质.

2 预备知识

*收稿日期: 2014-03-13

接收日期: 2015-03-06

基金项目: 安徽高校省级科学研究项目资助 (KJ2012A136).

作者简介: 张慧 (1977-), 女, 安徽枞阳, 副教授, 主要研究方向: 泛函分析 (包括模糊分析学).

全文, X 表示数域 $\mathbb{R}$ 上的线性空间, I^X 表示 X 上 Fuzzy 集全体, r^* 表示 X 上隶属函数取常值 r 的 Fuzzy 集, $Pt(I^X)$ 表示 X 上 Fuzzy 点的全体. Fuzzy 拓扑空间的定义沿用 Lowen^[10] 的定义. Fuzzy 拓扑线性空间的定义沿用 Katsaras^[11] 的定义.

接下来, 我们将 Warren 意义下的 Fuzzy 邻域称为 W - 邻域:

定义 2.1 设 $(X, \mathcal{T})$ 是 Fuzzy 拓扑空间, $x \in X$. Fuzzy 集 $U \in I^X$ 称为 x 的 W - 邻域当且仅当存在 $G \in \mathcal{T}$ 使得 $G \subset U$, 且 $G(x) = U(x) > 0$.

x 的所有 W - 邻域的全体称为该点的 W - 邻域系, 记作 $\mathcal{N}_W(x)$. 将 Katsaras 以 Warren 意义下的 Fuzzy 邻域为基础构造的 Fuzzy 邻域基称为 W - 邻域基.

定义 2.2 设 $(X, \mathcal{T})$ 是 Fuzzy 拓扑空间, $x \in X$. 设 $\mathfrak{B}_x$ 为 x 的若干 W - 邻域所形成的集族, 若对每个 $A \in \mathcal{N}_W(x)$ 及 $\alpha \in [0, A(x))$, 存在 $U \in \mathfrak{B}_x$ 使得 $U \subset A$, 且 $U(x) > \alpha$, 则称 $\mathfrak{B}_x$ 为 x 的 W - 邻域基.

将蒲保明和刘应明意义下的 Fuzzy 邻域称为 Q - 邻域, Fuzzy 邻域基称为 Q - 邻域基.

定义 2.3 设 $(X, \mathcal{T})$ 是 Fuzzy 拓扑空间, $x_\lambda \in Pt(I^X)$. Fuzzy 集 $U \in I^X$ 称为 x_λ 的 Q - 邻域当且仅当存在 $G \in \mathcal{T}$ 使得 $x_\lambda \tilde{\in} G \subset U$.

x_λ 的所有 Q - 邻域的全体称为该点的 Q - 邻域系, 记作 $\mathcal{N}_Q(x_\lambda)$.

定义 2.4 设 $(X, \mathcal{T})$ 是 Fuzzy 拓扑空间, $x_\lambda \in Pt(I^X)$. 设 $\mathcal{U}_{x_\lambda}$ 为 x_λ 的若干 Q - 邻域所形成的集族, 若对任何 $A \in \mathcal{N}_Q(x_\lambda)$, 存在 $U \in \mathcal{U}_{x_\lambda}$ 使得 $U \subset A$, 则称 $\mathcal{U}_{x_\lambda}$ 为 x_λ 的 Q - 邻域基.

将吴从炘意义下的 Fuzzy 邻域称为 N - 邻域, Fuzzy 邻域基称为 N - 邻域基.

定义 2.5 设 $(X, \mathcal{T})$ 是 Fuzzy 拓扑空间, $x_\lambda \in Pt(I^X)$. Fuzzy 集 $U \in I^X$ 称为 x_λ 的 N - 邻域当且仅当存在 $G \in \mathcal{T}$ 使得 $x_\lambda \in G \subset U$.

x_λ 的所有 N - 邻域的全体称为该点的 N - 邻域系, 记作 $\mathcal{N}_N(x_\lambda)$.

定义 2.6 设 $(X, \mathcal{T})$ 是 Fuzzy 拓扑空间, $x_\lambda \in Pt(I^X)$. $\mathfrak{N}_{x_\lambda}$ 为 x_λ 的若干 N - 邻域所形成的集族, 若对任何 $A \in \mathcal{N}_N(x_\lambda)$, 存在 $U \in \mathfrak{N}_{x_\lambda}$ 使 $U \subset A$, 则称 $\mathfrak{N}_{x_\lambda}$ 为 x_λ 的 N - 邻域基.

3 N - 邻域

引理 3.1^[4] 设 $(X, \mathcal{T})$ 是 Fuzzy 拓扑空间, 则对任何固定的 $r \in (0, 1]$, U 是 x_r 的 N - 邻域当且仅当对任意 $\lambda \in (1 - r, 1]$, U 是 x_λ 的 Q - 邻域.

事实上, 通过进一步研究, 我们可以得到如下结论:

引理 3.2 设 $(X, \mathcal{T})$ 是 Fuzzy 拓扑空间, $U \in I^X$, 对任意 $r \in (0, U(x)]$, U 是 x_r 的 N - 邻域当且仅当对任意 $\lambda \in (1 - U(x), 1]$, U 是 x_λ 的 Q - 邻域.

证 必要性 $\forall r \in (0, U(x)]$, U 是 x_r 的 N - 邻域, 则存在 $G_r \in \mathcal{T}$, 使得 $x_r \in G_r \subset U$, 故 $x_r \in \bigcup_{r \in (0, U(x)]} G_r \subset U$, 注意到 $\bigcup_{r \in (0, U(x)]} G_r \in \mathcal{T}$, 且

$$\left(\bigcup_{r \in (0, U(x)]} G_r \right)(x) = \sup_{r \in (0, U(x)]} G_r(x) \geq \sup_{r \in (0, U(x)]} r = U(x),$$

于是对任意 $\lambda \in (1 - U(x), 1]$, 有

$$x_\lambda \tilde{\in} \bigcup_{r \in (0, U(x)]} G_r \subset U,$$

故 U 是 x_λ 的 Q -邻域.

充分性 对任意 $r \in (0, U(x)]$, 显然 $(1-r, 1] \subset (1-U(x), 1]$, 则对任意 $\lambda \in (1-r, 1]$, 有 $\lambda \in (1-U(x), 1]$, 由条件知, U 是 x_λ 的 Q -邻域, 由引理 3.1, U 是 x_r 的 N -邻域.

引理 3.3 ^[12] 设 $(X, \mathcal{T})$ 是 Fuzzy 拓扑空间, $U \in I^X$, $x \in X$, 则 U 是 x 的 W -邻域当且仅当对任意 $\lambda \in (1-U(x), 1]$, U 是 x_λ 的 Q -邻域.

由引理 3.2 及引理 3.3 可以得到

定理 3.4 设 $(X, \mathcal{T})$ 是 Fuzzy 拓扑空间, $U \in I^X$, U 是 x 的 W -邻域当且仅当对任意 $r \in (0, U(x)]$, U 是 x_r 的 N -邻域.

此表明 N -邻域与 Q -邻域, W -邻域定义间相互等价.

4 N -Fuzzy 有界集

在文 [9] 中, Katsaras 利用 W -邻域给出如下 Fuzzy 有界集:

定义 4.1 Fuzzy 拓扑线性空间 $(X, \mathcal{T})$ 中的 Fuzzy 集 B 称为有界的, 若它可以被 θ 的任意 W -邻域所吸收, 即对 θ 的任一 W -邻域 U , 若 $U(\theta) > 0$ 且对每个 $r < U(\theta)$, 存在 $t' > 0$, 使得 $(t'B) \cap r^* \subset U$.

注意到定义 4.1 在文 [9] 中的 $r \in (0, 1]$, 且对 $t' > 0$, $(t'B) \cap r^* \subset U \iff B \cap r^* \subset (1/t')U$. 因此为便于研究, 本文中我们将使用如下等价定义:

定义 4.2 设 $(X, \mathcal{T})$ 是 Fuzzy 拓扑线性空间, $B \in I^X$, 若对 θ 的任意 W -邻域 U 及任意 $0 < r < U(\theta)$, 存在 $t > 0$ 使得 $B \cap r^* \subset tU$, 则称 B 为 Fuzzy 有界集.

将定义 4.2 中的 Fuzzy 有界集称为 W -Fuzzy 有界集.

定义 4.3 ^[8] 设 $(X, \mathcal{T})$ 是 Fuzzy 拓扑线性空间, $B \in I^X$, 若对 θ_λ 的任一 Q -邻域, 存在 $t > 0$ 及 $r \in (1-\lambda, 1]$ 使得 $B \cap r^* \subset tU$, 则称 B 为 $Q-\lambda$ -Fuzzy 有界集; 若对每个 $\lambda \in (0, 1]$, B 是 $Q-\lambda$ -Fuzzy 有界, 则称 B 为 Q -Fuzzy 有界集.

将吴, 方 ^[8] 利用 Q -邻域定义的 Fuzzy 有界集, 也即定义 4.3 中的 Fuzzy 有界集称为 Q -Fuzzy 有界集.

以下利用 N -邻域定义 N -Fuzzy 有界集:

定义 4.4 设 $(X, \mathcal{T})$ 是 Fuzzy 拓扑线性空间, $B \in I^X$, 若对 θ_r 的任一 N -邻域及任意 $0 < \alpha < r$, 存在 $t > 0$, 使得 $B \cap \alpha^* \subset tU$, 则称 B 为 $N-r$ -有界集; 若对每个 $r \in (0, 1]$, B 恒 $N-r$ -Fuzzy 有界, 则称 B 为 N -Fuzzy 有界集.

接下来, 将讨论 N -Fuzzy 有界集与 W -Fuzzy 有界集, Q -Fuzzy 有界集三者之间的关系.

引理 4.5 ^[12] 设 $(X, \mathcal{T})$ 是 Fuzzy 拓扑空间, $x \in X$, $\mathfrak{B}_x \subseteq I^X$, 则 $\mathfrak{B}_x$ 是 x 的 W -邻域基当且仅当对任意 $A \in \mathfrak{B}_x$, $A(x) > 0$, 且对每个 $\lambda \in (0, 1]$, $\mathcal{U}_{x_\lambda} = \{A : A \in \mathfrak{B}_x, A(x) > 1-\lambda\}$ 是 x_λ 的 Q -邻域基.

定理 4.6 设 $(X, \mathcal{T})$ 是 Fuzzy 拓扑线性空间, $B \in I^X$, B 是 W -Fuzzy 有界集当且仅当对每个 $\lambda \in (0, 1]$, B 是 $Q-\lambda$ -Fuzzy 有界的.

证 必要性 设 $\mathfrak{B}_\theta$ 是 θ 的 W -邻域基, 由引理 4.5 知, 对任意 $\lambda \in (0, 1]$, $\mathcal{U}_{x_\lambda} = \{A : A \in \mathfrak{B}_\theta, A(\theta) > 1-\lambda\}$ 是 θ_λ 的 Q -邻域基. 于是, 对每个 θ_λ 的 Q -邻域 U , 存在 $A \in \mathfrak{B}_\theta$ 且 $A(\theta) > 1-\lambda$ 使得 $A \subset U$. 注意到 B 是 W -Fuzzy 有界集, 则对任意 $r \in (1-\lambda, A(\theta))$, 存在 $t > 0$, 使得 $B \cap r^* \subset tA \subset tU$, 因此 B 是 $Q-\lambda$ -Fuzzy 有界的.

充分性 设 V 是 θ 的任意 W -邻域. 对任意 $\alpha \in (0, V(\theta))$, 取 $\lambda = 1 - \alpha$, 则有 $V(\theta) > 1 - \lambda$. 由引理 3.3 知, V 是 θ_λ 的 Q -邻域. 由于 B 是 $Q - \lambda$ -Fuzzy 有界的, 存在 $t > 0$ 及 $r \in (1 - \lambda, 1]$, 使得 $B \cap r^* \subset tV$. 注意到 $\alpha = 1 - \lambda < r$, 于是我们有 $B \cap \alpha^* \subset tV$, 故 B 是 W -Fuzzy 有界集.

由 W -邻域的定义很容易得到

引理 4.7 设 $(X, \mathcal{T})$ 是 Fuzzy 拓扑空间, $U \in I^X$, 若 $U \in \mathcal{T}$, 且对任意 $r \in (0, 1]$, $U(x) \geq r$, 则 U 是 x 的 W -邻域.

定理 4.8 设 $(X, \mathcal{T})$ 是 Fuzzy 拓扑线性空间, $B \in I^X$, B 是 W -Fuzzy 有界集当且仅当对每个 $r \in (0, 1]$, B 是 $N - r$ -Fuzzy 有界集.

证 必要性 对每个 $r \in (0, 1]$ 及 θ_r 的任一 N -邻域 U , 由于 U 是 θ_r 的 N -邻域, 故存在 $G \in \mathcal{T}$, 使得 $\theta_r \in G \subset U$. 由引理 4.7 知, G 是 θ 的 W -邻域. 又由于 B 是 W -Fuzzy 有界集, 故由定义 4.2 可知, 对每个满足 $0 < \alpha < r \leq G(\theta)$ 的 α , 存在 $t > 0$, 使得 $B \cap \alpha^* \subset tG \subset tU$, 此表明 B 是 $N - r$ -Fuzzy 有界集.

充分性 设 V 是 θ 的任意 W -邻域. 对任意 $\alpha \in (0, V(\theta))$, 由 $V(\theta) > \alpha$ 知, 存在 $\alpha < r < V(\theta)$, 由定理 3.4 知, V 是 θ_r 的 N -邻域, 由于 B 是 $N - r$ -Fuzzy 有界集, 故存在 $t > 0$ 使得 $B \cap \alpha^* \subset tV$, 于是 B 是 W -Fuzzy 有界集.

因此, 我们有如下结论:

定理 4.9 设 $(X, \mathcal{T})$ 是 Fuzzy 拓扑线性空间, $B \in I^X$, B 是 N -Fuzzy 有界集当且仅当 B 是 Q -Fuzzy 有界集.

由此可以看出三种 Fuzzy 有界集之间是等价的.

5 N -Fuzzy 有界集的性质

应该说, N -邻域与 N -Fuzzy 有界集对于研究 Fuzzy 拓扑线性空间的相关理论是非常方便的. 接下来, 我们给出 N -Fuzzy 有界集的性质.

引理 5.1 ^[13] 设 $(X, \mathcal{T})$ 是 Fuzzy 拓扑线性空间, 对任意 $r \in (0, 1]$, 均存在 θ_r 的均衡的 N -邻域基 $\mathfrak{N}_{\theta_r}$ ($\mathfrak{N}_{\theta_r}$ 为 θ_r 的均衡 N -邻域基是指对任意 θ_r 的 N -邻域 U , 存在 $W \in \mathfrak{N}_{\theta_r}$, 使得 $W \subset U$, 且 W 满足对任何 $k \in \mathbb{K}$, $|k| \leq 1$, 有 $kW \subset W$); 且对任意 $U \in \mathfrak{N}_{\theta_r}$, 存在 $W \in \mathfrak{N}_{\theta_r}$ 使得 $W + W \subset U$.

据此, 我们有如下性质:

定理 5.2 设 $(X, \mathcal{T})$ 是 Fuzzy 拓扑线性空间, $A, B \in I^X$, 且 A, B 均是 $N - r$ -Fuzzy 有界集, 则

- (i) A 的任何子集是 $N - r$ -Fuzzy 有界集;
- (ii) $A \cup B$ 是 $N - r$ -Fuzzy 有界集;
- (iii) $A + B, kA$ ($k \in \mathbb{K}, k \neq 0$) 也是 $N - r$ -Fuzzy 有界集.

证 (i) 设 $G \subset A$, 往证 G 是 $N - r$ -Fuzzy 有界集. 对 θ_r 的任一 N -邻域及任意 $0 < \alpha < r$, 由于 A 是 $N - r$ -Fuzzy 有界集, 故存在 $t > 0$, 使 $A \cap \alpha^* \subset tU$, 显然有 $G \cap \alpha^* \subset tU$, 故 G 是 $N - r$ -Fuzzy 有界集.

(ii) 对 θ_r 的任一 N -邻域及任意 $0 < \alpha < r$, 由引理 5.1, 不妨设 U 是均衡的, 则由 A, B

均是 $N-r$ -Fuzzy 有界集知, 存在 $t_1 > 0, t_2 > 0$ 使得

$$A \cap \alpha^* \subset t_1 U, B \cap \alpha^* \subset t_2 U,$$

取 $t = \max\{t_1, t_2\} > 0$, 则

$$(A \cup B) \cap \alpha^* \subset (t_1 U \cup t_2 U) \subset tU,$$

故 $A \cup B$ 是 $N-r$ -Fuzzy 有界集.

(iii) 对 θ_r 的任一 N -邻域及任意 $0 < \alpha < r$, 由引理 5.1, 存在 θ_r 的均衡邻域 V , 使得 $V + V \subset U$, 由于 A, B 是 $N-r$ -Fuzzy 有界集, 故存在 $t_1 > 0, t_2 > 0$ 使得 $A \cap \alpha^* \subset t_1 V, B \cap \alpha^* \subset t_2 V$, 取 $t = \max\{t_1, t_2\} > 0$, 故

$$(A \cap \alpha^*) + (B \cap \alpha^*) = (A + B) \cap \alpha^* \subset t_1 V + t_2 V \subset tV + tV \subset tU,$$

于是 $A + B$ 是 $N-r$ -Fuzzy 有界集.

$kA (k \in \mathbb{K}, k \neq 0)$ 是 $N-r$ -Fuzzy 有界集易证.

为便于研究, 我们给出 Zadeh 关于从模糊集到模糊集的映射, 也即扩张原理.

定义 5.3 ^[4,14] 设 X, Y 是两个非空普通集合, 设有映射 $f: X \rightarrow Y$, 则由该映射可以诱导出如下映射, 记为 $\tilde{f}$

$$\tilde{f}: I^X \rightarrow I^Y, \quad A \mapsto \tilde{f}(A),$$

其中,

$$\tilde{f}(A) = \begin{cases} \bigvee_{f(x)=y} A(x), & y \in f(X), \\ 0, & y \notin f(X). \end{cases}$$

以下 f 是从 X 到 Y 的映射均指定义 5.3 中的 $\tilde{f}: I^X \rightarrow I^Y$.

定义 5.4 设 X, Y 是 Fuzzy 拓扑线性空间, f 是从 X 到 Y 的映射, 若 f 将 X 中的任一 N -Fuzzy 有界集映成 Y 中的 N -Fuzzy 有界集, 则称 f 是 N -Fuzzy 有界的.

定义 5.5 ^[4] 设 $(X, T), (Y, S)$ 是 Fuzzy 拓扑线性空间, f 是从 X 到 Y 的映射, 若对 X 中的任一 Fuzzy 点 x_r 及 Y 中 Fuzzy 点 $f(x_r)$ 的任何 N -邻域 V , 有 x_r 的邻域 U , 使得 $f(U) \subset V$, 则称 f 是 N -Fuzzy 连续的.

以下这些结论都是易证的, 在此就不再赘述.

定理 5.6 设 f 是从 X 到 Y 的映射, 又设 $r \in (0, 1]$, A 是 X 中的任一 N -Fuzzy 有界集, 则对 X 和 Y 上取常值 r 的 Fuzzy 集 r^*_X 及 r^*_Y , 有 $f(A \cap r^*_X) = f(A) \cap r^*_Y$.

由定理 5.6 易证:

定理 5.7 设 X, Y 是 Fuzzy 拓扑线性空间, f 是从 X 到 Y 的线性和 N -Fuzzy 连续映射, 则 f 是 N -Fuzzy 有界的.

参 考 文 献

- [1] Chang C L. Fuzzy topological spaces[J]. J. Math. Anal. Appl., 1968, 24: 182-190.
- [2] Warren R H. Neighborhoods, bases and continuity in fuzzy topological spaces[J]. Rocky Mountain J. Math., 1978, 8: 459-470.

- [3] Pu Paoming, Liu Yingming. Fuzzy topology I, neighborhood structures of a fuzzy points and Moore-Smith convergence[J]. J. Math. Anal. Appl., 1980, 76: 571–599.
- [4] 吴从炘, 马明. 模糊分析学基础 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1991.
- [5] Zhang Hui, Fang Jinxuan. On locally convex I -topological vector spaces[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2006, 157: 1995–2002.
- [6] Yan Conghua. Weak Hausdorff separation axiom in I -fuzzy topological spaces and its application[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2012, 190: 118–128.
- [7] 付本路. 模糊 $\beta - N$ 紧性 [J]. 数学杂志, 2007, 27(6): 630–636.
- [8] 吴从炘, 方锦暄. 有界性与局部有界的 Fuzzy 拓扑线性空间 [J]. 模糊数学, 1985, 5(4): 80–89.
- [9] Katsaras A K. Fuzzy topological vector spaces II[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1984, 12: 143–154.
- [10] Lowen R. Fuzzy topological spaces and fuzzy compactness[J]. J. Math. Anal. Appl., 1976, 56: 621–633.
- [11] Katsaras A K. Fuzzy topological vector spaces I[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1981, 6: 85–95.
- [12] Fang Jinxuan. On local bases of fuzzy topological vector spaces[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1997, 87(3): 341–347.
- [13] 方锦暄. Fuzzy 拓扑线性空间的又一新定义 [J]. 模糊数学, 1982: 35–42.
- [14] Zadeh L A. The concept of a linguistic variable and its applications in approximate reasoning I[J]. Inform. Sci., 1975, 8: 199–249.

N -NEIGHBORHOOD AND N -FUZZY BOUNDED SET

ZHANG Hui

(School of Mathematics and Computer Science, Anhui Normal University, Wuhu 241003, China)

Abstract: In this paper, we investigate N -neighborhood and N -Fuzzy bounded set in fuzzy topological spaces. By using the definition of N -neighborhood, we introduce the concept of N -Fuzzy bounded set. Base of it, we discuss the relationship between it and the other two fuzzy bounded sets, then obtain the equivalent characterizations of three fuzzy bounded sets and some basic properties of N -Fuzzy bounded set, which generalize those results in the literature.

Keywords: Fuzzy topology; Fuzzy topological vector space; N -neighborhood; N -Fuzzy bounded sets

2010 MR Subject Classification: 54A40