Vol. 35 (2015)
No. 1

数 学 杂 志
J. of Math. (PRC)

弱势群体在公共资源中的协调和一致分配

王文娜 [1]，徐根玖 [1]，李 程 [2]
(1. 西北工业大学理学院, 陕西 西安 710072)
(2. 西安财经学院统计学院, 陕西 西安 710072)

摘 要: 本文研究了社会弱势群体在公共资源中的分配问题. 利用限制对策定义和线性代数方法, 获得了一般化的图限制合作对策下的 α - 协调值 (α-Coordination value) 和 α 一致值 (α-Consensus value). 最后, 通过对河流水资源分配问题的求解, 推广了协调值和一致值在实际问题中较 Myerson 值的优越性.

关键词: 弱势群体; 河流水资源分配; 图限制; 协调值; 一致值
MR(2010) **主题分类号**: 91A43; 91B18 **中图分类号**: O225
文献标识码: A **文章编号**: 0255-7797(2015)01-0195-08

1 引言

社会公共资源在社会群体中的分配主要依据群体对社会的贡献, 然而, 社会群体中存在一些弱势群体, 他们在社会活动中体现不出合作的价值, 即无法做出多于个人基本能力的贡献. 也就是说, 在与别人合作的过程中, 他们同自己单干时并无差异, 对集体没有额外贡献. 如果仅按照群体对社会的贡献进行资源分配, 弱势群体所得到的资源较少, 这无疑限制了弱势群体的持续发展. 因此, 对于弱势群体的资源分配就是一个迫待解决的社会问题, 而河流水资源分配问题 (见文 [1]) 是我们常见的公共资源分配问题之一, 本文旨在提供河流水资源分配中社会对弱势群体的资助方式.

设有一条具有若干支流的河流, 沿河岸分布着若干个村庄, 每个村庄都依靠河中的水资源进行生活和生产. 倘若沿河流相邻的两个村庄之间不合作, 则可能影响到他们甚至其他村庄的生活和生产, 例如上游的村庄用水过多或者对水资源造成了污染, 都将不利于下游村庄对水资源的正常使用. 因此村庄之间可以通过合作, 即合理分配水资源来提高总体收益. 若由于地理位置, 位于山区的一个村庄缺乏经济收入来源, 称该村是一个贫困村, 它在与其他村庄进行合作时, 对集体的收益没有任何额外贡献. 对于贫困村这样的弱势群体的收益分配, 可以运用合作对策中的解来进行分析.

在经典合作对策中, 通常假设任意参与者都可以自由结盟并能获得相应的收益, 但在现实生活中, 尤其是经济领域, 由于参与者之间存在竞争或者矛盾, 所以只有部分联盟可以形成, 其结构用图、拟阵等更易于描述. Myerson(见文 [2]) 最早提出图限制下合作对策的概念, 即合作对策中参与者的合作结构由一个无向图表示, 其中图上的节点表示合作对策中的参与

*收稿日期: 2013-06-04 接收日期: 2013-09-03
基金项目: 国家自然科学基金资助 (71171163; 71271171; 71311120091); 西北工业大学基础研究基金资助 (JC20110276); 西北工业大学研究生创业种子基金资助 (Z2013159).
作者简介: 王文娜 (1988 –), 女, 山西运城, 硕士, 主要研究方向: 博弈论及其应用.

者, 两节点之间的链接 (边) 表示参与者之间的直接合作关系, 给出了图限制下合作对策的 Myerson 值, 并对其进行公理化.

由于村庄所处上下游及河岸两侧的关系, 所以村庄之间的合作受其地理位置限制. 如果用图的节点表示沿着河流分布的这些村庄, 图的链接表示村庄之间的合作关系, 那么村庄之间的合作结构可以用图表示, 河流水资源分配问题就可以抽象为求图限制下合作对策的解的模型. 河流模型可以用下图简单表示: 如果按照图限制下合作对策的 Myerson 值分配收益,

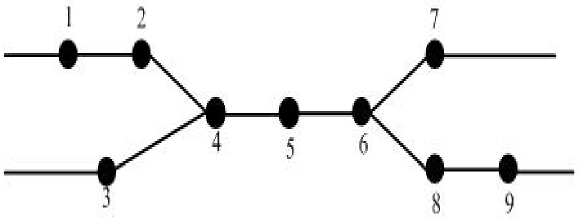


图 1: 具有分支的河流模型

合作并未使贫困村庄提高自己的收益, 这对于贫困村庄的持续发展无益. 在现实生活中, 由于一些外界因素 (如政府调控、社会资助等), 贫困村可以从其他村庄得到一定的资助, 即弱势群体得到额外的支付.

本文将给出图限制下合作对策的一些解的概念, 并运用有效性、对称性、(做出某些更改后的) 哑元性及可加性对这些解分别进行公理化. 针对河流水资源分配问题, 指出了本文中所提出的解在分配联盟收益时给予了弱势群体应有的照顾, 比 Myerson 值更具有现实意义.

2 图限制下合作对策的解

合作对策可以用一个二元有序对 $\langle N, v\rangle$ 表示, 其中 $N=\{1,2,\cdots,n\}$ 是参与者的集合. N 的一个元素 $(i\in N)$ 和一个子集 $(S\subseteq N)$ 分别被称为参与者和联盟, s 表示联盟 S 中参与者的数目. 特别的, N 表示大联盟, n 是大联盟的参与者数. $v: 2^N \longrightarrow \mathbb{R}(2^N=\{S|S\subseteq N\}$ 表示 N 的所有子联盟的集合, $\mathbb{R}$ 表示实数域) 是合作对策的特征函数且 $v(\emptyset)=0$, $v(S)$ 表示联盟 S 中的参与者通过合作而获得的收益. G^N 表示具有参与者集 N 的合作对策空间. 对于每个合作对策 $\langle N, v\rangle\in G^N$, 解指的是收益向量 $\varphi(N,v)=(\varphi_i(N,v))_{i\in N}\in\mathbb{R}^n$, 其中 $\varphi_i(N,v)$ 表示参与者 i 参与该联盟合作所获得的报酬.

设参与者的集合为 $N=\{1,2,\cdots,n\}$, 图 L 是 N 上的一个不包含圈的无向图, 即 N 中不同元素的无序对的集合, 无序对 $\{i,j\}\in L$ 称为链接. 用 $g(N)$ 表示 N 上所有不包含圈的无向图的集合. 为了叙述方便, 我们需要介绍几个图限制下合作对策中常用的记号.

(i) 对于任意的 $S\subseteq N$, $L\in g(N)$, $i,j\in S$, 如果 L 上包含一条在 S 中连接 i 与 j 的路径, 则称 i 与 j 在 S 中是由 L 连通的.

(ii) 已知图 $L\in g(N)$, 如果限制在 $S\subseteq N$ 上的子图 $L|_S=\{\{i,j\}\in L|i,j\in S, i\neq j\}$ 是连通的, 则 S 是连通联盟. 在图 L 上, N 中所有连通联盟的集合记为 $C^L(N)$, $S\subseteq N$ 中所有连通联盟的集合记为 $C^L(S)$.

(iii) 联盟 $S\subseteq N$ 中的最大连通联盟称为分支. 在图 $L\in g(N)$ 上, 联盟 $S\subseteq N$ 的分支的集合记为 S/L, 联盟 N 的分支的集合记为 N/L.

(iv) $N\backslash T=\{i\in N|i\notin T\}$.

定义 2.1 图限制下的合作对策用三元有序对 $\langle N, v, L\rangle$ 表示, 其中 $N=\{1,2,\cdots,n\}$ 为参与者集合, $L\in g(N)$, $v: C^L(N)\rightarrow \mathbb{R}$ 是对策的特征函数.

对于给定的图 $L\in g(N)$, 参与者集为 N 的图限制下合作对策空间记为 G_N^L. 在不引起混淆的情况下, 对策 $\langle N,v,L\rangle\in G_N^L$ 可以简记为 $\langle v,L\rangle$. 图限制下合作对策的解是一个映射 $\varphi: G_N^L\rightarrow\mathbb{R}^n$. 如果 $\langle v,L\rangle\in G_N^L$, 则 $\varphi_i(v,L)$ 表示按照分配方案 φ 将图限制下合作对策 $\langle v,L\rangle$ 中的收益分配给第 i 个参与者的支付, 即

$$(\varphi_i(v,L))_{i\in N}=(\varphi_1(v,L),\varphi_2(v,L),\cdots,\varphi_n(v,L)).$$

在经典合作对策中, 通常假设任意参与者都可以自由结盟并能获得相应的收益, 但在图限制下合作对策中, 仅连通联盟的参与者之间可以合作.

定义 2.2 图限制下合作对策 $\langle v,L\rangle\in G_N^L$, 其相关的限制对策 $\langle N,v^L\rangle$ 定义为

$$v^L(S)=\sum_{C\in S/L}v(C),\quad S\subseteq N.$$

一个经典合作对策 $\langle N,v\rangle\in G^N$, 对于参与者 $i\in N$, 如果 $v(S\cup\{i\})=v(S)+v(\{i\})$, $S\subseteq N\backslash\{i\}$, 我们则称参与者 i 为哑元. 图限制下合作对策 $\langle v,L\rangle\in G_N^L$, 对于 $i\in N$, $S\subseteq N\backslash\{i\}$, 如果有 $v^L(S\cup\{i\})=v^L(S)+v^L(\{i\})$, 我们称 i 为哑元. 河流水资源分配问题中的弱势群体就是图限制合作对策下的哑元参与者, 河流水资源分配问题中弱势群体的资源分配就可以抽象为求解图限制合作对策中哑元的收益.

在经典合作对策中, Shapley (见文 [3]) 根据参与者对联盟的边缘贡献提出 Shapley 值, 其表达形式是

$$Sh_i(N,v)=\sum_{\substack{S\subseteq N\\ S\ni i}}\frac{(n-s)!(s-1)!}{n!}[v(S)-v(S\backslash\{i\})],i\in N.$$

Shapley 值给予哑元的分配是其单干时的收益. 对于任意的图限制下合作对策对策 $\langle v,L\rangle\in G_N^L$, 通过定义其相关的限制对策 $\langle N,v^L\rangle$, Myerson 在 1977 年提出 Myerson 值为

$$M_i(v,L)=Sh_i(N,v^L),i\in N.$$

对于哑元参与者, Myerson 值有着与 Shapley 值相同的缺点, 也就是说如果用 Myerson 值求解河流水资源分配问题, 弱势群体能拿到的只有它们单干时的收益, 并未体现与联盟合作的优势, 这不利于它们的生活和生产. 为此, 在图限制下, 我们需要寻求能够促进哑元的持续发展的解.

参与者合作产生一定的收益, 最简单的分配方式就是将收益均分给每一个参与者, 平均值 (Egalitarian value) 为 $E_i(N,v)=\frac{v(N)}{n}, i\in N$. 将经典合作对策下的平均值推广到图限制上, 再结合 Myerson 值, 我们提出了图限制下合作对策的协调值.

定义 2.3 图限制下合作对策 $\langle v,L\rangle\in G_N^L$ 的协调值 (Coordination value) 定义为

$$Coo_i(v,L)=\frac{1}{2}M_i(v,L)+\frac{1}{2}E_i(N,v^L),i\in N.$$

对于联盟中的所有参与者, 平均值作无差异对待, 和参与者的个人能力无丝毫关系, 是共产主义的体现. 但这也正显示了平均值的过于追求公平, 对那些多劳者可言不够合理.

Driessen(见文 [4]) 通过将大联盟的额外收益平均分配给每个参与者而提出 Center-of-gravity of Imputation-set value(CIS 值)

$$CIS_i(N,v)=v(\{i\})+\frac{1}{n}[v(N)-\sum_{j\in N}v(\{j\})],\quad i\in N.$$

CIS 值在每个参与者单干所能得到的报酬的基础上, 给予哑元和其他参与者相同的奖励, 较平均值更公平, 同时资助了弱势群体. 与 Myerson 值相结合, 我们提出

定义 2.4 图限制下合作对策 $\langle v,L\rangle\in G_N^L$ 的协调值 (Consensus value) 定义为

$$Con_i(v,L)=\frac{1}{2}M_i(v,L)+\frac{1}{2}CIS_i(N,v^L),\quad i\in N.$$

Ju Yuan (见文 [5]) 根据二人对策的标准解提出一般合作对策下的 consensus 值, 是 Shapley 值和 CIS 值的凸组合, 并将其进行一般化推广.

3 图限制下合作对策的解的公理化及推广

在经典合作对策中, 一致对策是合作对策空间的一组基. 同样地, 在图限制合作对策中依然有一致对策 (见文 [2]) 的概念.

图限制合作对策空间 G_N^L 中, 对任意的 $T\in C^L(N)$, 定义一致对策 $\langle U_T,L\rangle$, 其中 $U_T:C^L(N)\to\mathbb{R}$ 为

$$U_T(S)=\begin{cases}1, & T\subseteq S,\\ 0, & \text{其它},\end{cases}$$

一致对策 $\langle U_T,L\rangle$ 的主要性质有

(i) 如果 $i\in N\backslash T$, 则 i 是对策 $\langle U_T,L\rangle$ 的哑元;

(ii) $\{U_T|T\in C^L(N),T\neq\emptyset\}$ 是图限制下合作对策空间 G_N^L 的一组基.

对于任意的对策 $\langle v,L\rangle,\langle w,L\rangle\in G_N^L$, 定义 $(v+w)(T)=v(T)+w(T)$, $T\in C^L(N)$. 下面介绍图限制下合作对策解的几个性质.

令 $\varphi:G_N^L\to\mathbb{R}^n$ 是一个图限制下合作对策的单值解.

(1) 有效性 对于 $\langle v,L\rangle\in G_N^L$, 有 $\sum_{i\in N}\varphi_i(v,L)=v^L(N)$.

(2) 对称性 对于 $\langle v,L\rangle\in G_N^L$, 如果 $v^L(S\cup\{i\})=v^L(S\cup\{j\})$, 其中 $i,j\in N$, $S\subseteq N\backslash\{i,j\}$, 则有 $\varphi_i(v,L)=\varphi_j(v,L)$.

(3) 协调哑元性 对于 $\langle v,L\rangle\in G_N^L$, $i\in N$, 如果参与者 i 是哑元, 则有

$$\varphi_i(v,L)=\frac{1}{2}v(\{i\})+\frac{v^L(N)}{2n}.$$

(4) 一致哑元性 对于 $\langle v,L\rangle\in G_N^L$, $i\in N$, 如果参与者 i 是哑元, 则有

$$\varphi_i(v,L)=\frac{1}{2}v(\{i\})+\frac{1}{2}\Big[v(\{i\})+\frac{v^L(N)-\sum_{j\in N}v(\{j\})}{n}\Big].$$

(5) 可加性 对于 $\langle v,L\rangle,\langle w,L\rangle\in G_N^L$, 有 $\varphi_i(v+w,L)=\varphi_i(v,L)+\varphi_i(w,L)$, $i\in N$.

引理 3.1 图限制下合作对策 $\langle v,L\rangle\in G_N^L$ 的协调值 $Coo(v,L)$ 满足有效性、对称性、协调哑元性和可加性.

证 因为 Shapley 值和平均值均满足有效性、对称性和可加性, 故而图限制下合作对策的协调值也满足有效性、对称性和可加性.

对于对策 $\langle v, L\rangle \in G_N^L$ 中的哑元参与者 $i \in N$, 有 $M_i(v, L) = v(\{i\})$ 和 $E_i(N, v^L) = \frac{v^L(N)}{n}$, 所以图限制下合作对策的协调值满足协调哑元性.

定理 3.2 对于 $\langle v, L\rangle \in G_N^L$, 图限制下合作对策的协调值 $Con(v, L)$ 是唯一满足有效性、对称性、协调哑元性和可加性的解.

证 存在性 由引理 3.1 可知图限制下合作对策的协调值 $Con(v, L)$ 是满足有效性、对称性、协调哑元性和可加性.

唯一性 设 $\psi : G_N^L \to \mathbb{R}^n$ 满足有效性、对称性、协调哑元性和可加性. 考虑对策 $\langle \beta U_T, L\rangle$, 其中 $T \in C^L(N)$ 且 $T \neq \emptyset$, $\beta \in \mathbb{R}$. 对于任意的 $i \in N\backslash T$, i 在对策 $\langle \beta U_T, L\rangle$ 中是哑元.

由协调哑元性知 $\psi_i(\beta U_T, L) = \frac{\beta}{2n}$, $\ i \in N\backslash T$, 再由有效性得

$$\psi_i(\beta U_T, L) = \begin{cases} \frac{\beta}{2n}, & i \in N\backslash T, \\ \frac{(n+t)\beta}{2nt}, & i \in T. \end{cases}$$

我们可以得到对于任意的 $T \in C^L(N)$ 且 $T \neq \emptyset$, $\psi(\beta U_T, L)$ 是唯一确定的. 而 $\{\langle U_T, L\rangle \in G_N^L | T \in C^L(N), T \neq \emptyset\}$ 是图限制下合作对策空间 G_N^L 的一组基, 结合 ψ 的可加性, 这说明了 $\psi(v, L)$ 是唯一的, $\langle v, L\rangle \in G_N^L$. 这样, 如果 ψ 存在, 则 ψ 唯一.

引理 3.3 图限制下合作对策 $\langle v, L\rangle \in G_N^L$ 的一致值 $Con(v, L)$ 满足有效性、对称性、一致哑元性和可加性.

证 因为 Shapley 值和 CIS 值均满足有效性、对称性和可加性, 故而图限制下合作对策的一致值也满足有效性、对称性和可加性.

对于对策 $\langle v, L\rangle \in G_N^L$ 中的哑元参与者 $i \in N$, 有 $M_i(v, L) = v(\{i\})$ 和 $CIS_i(N, v^L) = v(\{i\}) + \frac{1}{n}\left[v^L(N) - \sum_{j\in N} v(\{j\})\right]$, 所以图限制下合作对策的一致值满足一致哑元性.

定理 3.4 对于 $\langle v, L\rangle \in G_N^L$, 图限制下合作对策的一致值 $Con(v, L)$ 是唯一满足有效性、对称性、一致哑元性和可加性的解.

证 存在性 由引理 3.2 可知图限制下合作对策的一致值 $Con(v, L)$ 是满足有效性、对称性、一致哑元性和可加性.

唯一性 设 $\psi : G_N^L \to \mathbb{R}^n$ 满足有效性、对称性、一致哑元性和可加性. 考虑对策 $\langle \beta U_T, L\rangle$, 其中 $T \in C^L(N)$ 且 $T \neq \emptyset$, $\beta \in \mathbb{R}$. 对于任意的 $i \in N\backslash T$, i 在对策 $\langle \beta U_T, L\rangle$ 中是哑元.

(1) 当 $t = 1$, 即 $T = \{j\}$, $j \in N$ 时, 由一致哑元性知 $\psi_i(\beta U_T, L) = 0$, $\ i \in N\backslash T$. 再由有效性得

$$\psi_i(\beta U_T, L) = \begin{cases} 0, & i \in N\backslash\{j\}, \\ \beta, & i = j. \end{cases}$$

(2) 当 $t > 2$ 时, 由一致哑元性知 $\psi_i(\beta U_T, L) = \frac{\beta}{2n}$, $\ i \in N\backslash T$. 对于 $j, k \in T$, 有 $\beta U_T(S \cup \{j\}) = \beta U_T(S \cup \{k\}$, $S \subseteq N\backslash\{j, k\}$. 根据对称性可得 $\psi_j(\beta U_T, L) = \psi_k(\beta U_T, L)$. 再由有效性得

$$\psi_i(\beta U_T, L) = \begin{cases} \frac{\beta}{2n}, & i \in N\backslash T, \\ \frac{\beta(n+t)}{2nt}, & i \in T. \end{cases}$$

综合 (1) 和 (2), 可以得到对于任意的 $T \in C^L(N)$ 且 $T \neq \emptyset$, $\psi(\beta U_T, L)$ 是唯一确定的. 而 $\{\langle U_T, L\rangle \in G_N^L | T \in C^L(N), T \neq \emptyset\}$ 是图限制下合作对策空间 G_N^L 的一组基, 结合 ψ 的可加性, 这说明了 $\psi(v, L)$ 是唯一的, $\langle v, L\rangle \in G_N^L$. 这样, 如果 ψ 存在, 则 ψ 唯一.

Myerson 值是根据哑元的个人能力对其支付报酬, 是功利主义的体现, 它给予哑元的分配不会多于他们单干时的收益. 平均值和 CIS 值认为所有参与者包括哑元都是平等的, 他们给予哑元的支付是在哑元个人能力的基础上并作出适当的补助. 我们为了均衡功利主义和平等主义, 选择了平分图限制合作对策上的这些值来形成图限制合作对策下的协调值和一致值. 但在实际生活中, 这两种思想之间存在交涉, 其谈判结果可能偏于功利主义也可能偏于平等主义, 因此社会给予弱势群体的帮助在不同环境中的偏向是不相同的, 故我们将图限制合作对策下的协调值和一致值进一步推广, 提出图限制合作对策下的 α- 协调值和 α- 一致值, $\alpha \in [0, 1]$.

定义 3.5 图限制下合作对策 $\langle v, L\rangle \in G_N^L$ 的 α - 协调值 (α-Coordination value) 定义为

$$Coo_i^\alpha(v, L) = \alpha M_i(v, L) + (1-\alpha)E_i(N, v^L), \quad i \in N.$$

Myerson 值和 $CIS(N, v^L)$ 的调节比例也因时因地而异, 所以有

定义 3.6 图限制下合作对策 $\langle v, L\rangle \in G_N^L$ 的 α- 一致值 (α-Consensus value) 定义为

$$Con_i^\alpha(v, L) = \alpha M_i(v, L) + (1-\alpha)CIS_i(N, v^L), \quad i \in N.$$

为了刻画这两个解的公平合理性, 我们需要对上述的协调哑元性和一致哑元性作出适当的变化.

(6) α - 协调哑元性 对于 $\langle v, L\rangle \in G_N^L$, $i \in N$, 如果参与者 i 是哑元, 则有

$$\varphi_i(v, L) = \alpha v(\{i\}) + (1-\alpha)\frac{v^L(N)}{n}.$$

(7) α- 一致哑元性 对于 $\langle v, L\rangle \in G_N^L$, $i \in N$, 如果参与者 i 是哑元, 则有

$$\varphi_i(v, L) = \alpha v(\{i\}) + (1-\alpha)\Big[v(\{i\}) + \frac{v^L(N) - \sum_{j\in N} v(\{j\})}{n}\Big].$$

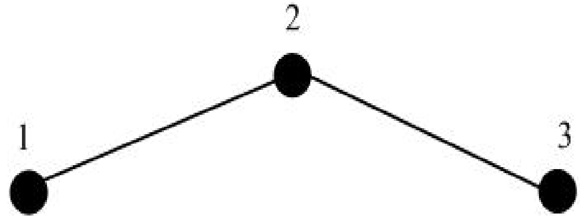
定理 3.7 图限制合作对策下的 α - 协调值和 α - 一致值的唯一性刻画为

(1) 对于 $\langle v, L\rangle \in G_N^L$, 图限制下合作对策的 α - 协调值 $Coo^\alpha(v, L)$ 是唯一满足有效性、对称性、α - 协调哑元性和可加性的解.

(2) 对于 $\langle v, L\rangle \in G_N^L$, 图限制下合作对策的 α - 一致值 $Con^\alpha(v, L)$ 是唯一满足有效性、对称性、α - 一致哑元性和可加性的解.

4 河流水资源分配问题中弱势群体的分配

在本章中, 我们将对河流水资源分配问题进行求解, 并说明在有哑元参与者参与合作的情况下, 图限制下合作对策的协调值和一致值比 Myerson 值更能照顾社会活动中的弱势群体, 而图限制下合作对策的 α - 协调值和 α - 一致值则反映了社会对功利主义和平等主义两种思想的偏好程度.



例 1 河流水资源分配问题 假设一条河流没有分支, 沿着河流分布着 3 个村庄, 其中村庄 1 是一个贫困村, 且对合作联盟没有任何贡献. 村庄 2 位于村庄 1 和 3 之间, 用节点表示沿着河流分布的这 3 个村庄, 链接表示村庄之间的相邻合作关系, 其结构可用上图形象表出.

这 3 个村庄的合作对策为 $\langle N, v, L\rangle \in G_N^L$, 其中 $N = 1, 2, 3$, 图 $L = \big\{\{1, 2\}, \{2, 3\}\big\}$ 且 $v(\emptyset) = 0$, $v(1) = 1$, $v(2) = 2$, $v(3) = 3$, $v(12) = 3$, $v(23) = 8$, $v(123) = 9$.

通过计算, 可以得出图限制下合作对策的不同解给予该河流水资源分配问题中三个村庄的收益支付如下表:

	村庄 1	村庄 2	村庄 3
$E(N, v^L)$	3	3	3
$CIS(N, v^L)$	2	3	4
$M(v, L)$	1	$\frac{7}{2}$	$\frac{9}{2}$
$Coo(v, L)$	$\frac{5}{2}$	3	$\frac{7}{2}$
$Con(v, L)$	$\frac{3}{2}$	$\frac{13}{4}$	$\frac{17}{4}$

从题目中知, 村庄 1 对任何联盟的边际贡献都等于其单干时的收益, 即它对联盟无额外贡献, 故其为一个哑元. 平均值和 CIS 值的差别在于, 前者将大联盟的总收益平均分给每个参与者, 后者是将合作所产生的较参与者单干收益之和多出的那部分平均分给每个参与者. 不论二者中的哪一种, 都对哑元参与者作出收益补助. 平均值使得三个村庄得到相同的报酬, 而在合作中村庄 2 和 3 明显较村庄 1 付出更多的努力, 这予他们来说不公平. CIS 值在平均值的基础上, 对于三个村庄的收益分配进行适当的调整, 对村庄 1 作出资助的同时, 也体现出三个村庄的个人能力, 但仍未体现对村庄 2 和村庄 3 的多劳者多奖励.

比较图限制下合作对策的三个解对于村庄 1 的收益支付, Myerson 值根据参与者的劳动能力给予村庄 1 的支付等于它单干时的所得, 过于功利, 这不利于村庄的持续发展. 在现实生活中, 对于这种弱势群体, 社会必须提出一定的救济方案以达到平衡强弱差异的目的. 平均值和 CIS 值虽然对于村庄 1 有所资助, 但无法显示每个村庄的劳动差异, 过于平等. 为了平衡功利主义和平等主义, 我们提出了图限制下合作对策的协调值和一致值, 这两个解对于村庄 1 的支付均大于它的个人能力, 对弱势群体有一定的资助, 既区别每个参与者的个人能力, 又体现了联盟之间的互助. 由于平均值和 CIS 值的差异, 具体可以根据社会救助方案的扶持力度来选择适当的解以达到资助弱势群体在公共资源分配中所遇到的问题的目的. 但不同环境下社会对于功利主义和平等主义的倾向程度不同, 图限制下合作对策的 α - 协调值和 α - 一致值就反映了这种社会偏好, 因此更符合现实.

参 考 文 献

[1] Ambec S. Sharing a river[J]. Economic Theory, 2002, 107: 453–462.

[2] Myerson R B. Graphs and cooperation in games[J]. Mathematics of Operations Research, 1977 2: 225–229.

[3] Shapley L S. A value for n-person games[A]. Kuhn H W, Tucker A W, eds. Contributions to the theory of games II[C]. Princeton: Princeton University Press, 1953: 307–317.

[4] Driessen T S H. A survey of consistency properties in cooperative game theory[J]. SIAM Review, 1991, 33: 43–59.

[5] Yuan Ju. The consensus value: a new solution concept for cooperative games[J]. Soc. Choice Welfare, 2007, 28: 685–703.

[6] Driessen T S H. Cooperation games, solutions and application[M]. Netherlands: Kluwer Academic Publisher, 1988.

[7] Bondy J A. Graph theory with application[M]. Britain: Macmillan Prewss, 1976.

THE COORDINATION VALUE AND CONSENSUS VALUE OF VULNERABLE GROUPS IN PUBLIC RESOURCES ALLOCATION

WANG Wen-na [1] , XU Gen-jiu [1] , LI Cheng [2]

(*1. School of Natural and Applied Sciences, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China*)

(*2.School of Statistics, Xi'an University of Finance and Economics, Xi'an 710072, China*)

Abstract: In this paper, we study the distribution problem of the vulnerable groups in public resources allocation. By using the definition of the restricted game and the method of linear algebra, we introduce the generalized α-Coordination value and α-Consensus value. At last, these values are used to analyze the problem of River's water resources allocation, and which shows their distinguished advantage for the vulnerable groups in the actual problem, comparing with the Myerson value.

Keywords: vulnerable groups; the allocation of River's water resources; graph-restricted; coordination value; consensus value

2010 MR Subject Classification: 91A43; 91B18