Vol. 34 (2014)
No. 2

数 学 杂 志
J. of Math. (PRC)

刻度指数族参数的经验 Bayes 估计及收敛速度

何道江，尤 游

(安徽师范大学数学计算机科学学院, 安徽 芜湖 241000)

摘 要: 本文在刻度平方误差损失函数下导出了刻度指数族分布中参数的 Bayes 估计. 利用核估计的方法构造了参数的经验 Bayes 估计, 在适当条件下得到了经验 Bayes 估计的收敛速度, 推广了文献中的相关结果.

关键词: 刻度平方误差损失; 核估计; 经验 Bayes 估计; 收敛速度

MR(2010) **主题分类号:** 62C12 **中图分类号:** O212.5

文献标识码: A **文章编号:** 0255-7797(2014)02-0367-07

1 引言

经验 Bayes(EB) 方法最早是由 Robbins 提出的, 通常应用于具有相同的但完全未知的先验分布之下的 Bayes 统计问题. 近年来, 国内外学者对 EB 方法关注较多. 例如, 陈希孺 [1] 讨论了离散型单参数指数族参数的 EB 估计, 赵林城 [2] 研究了一类离散分布参数的 EB 估计, 王立春和韦来生 [3] 在加权平方损失函数下讨论了刻度指数族的 EB 问题. 考虑到刻度平方误差损失函数作为对加权平方损失函数的推广, 已经受到很多学者的重视. 比如, Jozani 等 [4] 研究了某些指数族刻度参数在不变刻度平方误差损失下的可容许极小极大估计, Qin[5] 研究了刻度平方误差损失下几何分布的 Bayes 估计, 许俊美等 [6] 利用刻度平方误差损失函数研究了巴斯卡分布的 Bayes 估计问题. 本文考虑的损失就是刻度平方误差损失. 在该损失函数下研究了刻度指数族参数的 EB 估计问题, 并给出了它的收敛速度.

考虑如下的刻度指数族分布: 设随机变量 X 在给定参数 θ 时的条件密度函数为

$$f(x|\theta)=c(\theta)u(x)\exp(-x/\theta)I_{(x>0)},$$

其中 $u(x)>0$. 这里 $\mathcal{X}=(0,+\infty)$ 为样本空间,

$$\Theta=\{\theta>0: c^{-1}(\theta)=\int_{\mathcal{X}}u(x)\exp(-x/\theta)\mathrm{d}x<\infty\}$$

为参数空间. 刻度指数族在可靠性理论、生存分析、人口统计学等领域有着广泛的应用.

设 $G(\theta)$ 为 θ 的先验分布, $G(\theta)$ 未知, 但属于先验分布族

$$\mathcal{F}=\left\{G:\ \ E(\theta^{2-k})<\infty,\ E\left(\theta^{\frac{-k(2k-3)}{k-1}}\right)<\infty\right\},$$

*收稿日期: 2013-04-02 接收日期: 2013-11-07

基金项目: 国家自然科学基金项目 (11201005); 安徽省自然科学基金项目 (1308085QA13); 全国统计科学研究计划重点项目 (2013LZ17); 安徽高校省级自然科学研究重点项目 (KJ2012A135).

作者简介: 何道江 (1980–), 男, 安徽六安, 副教授, 博士, 主要研究方向: Bayes 统计推断及应用.

这里 k 指的是下文中刻度平方误差损失函数中的参数 k.

随机变量 X 的边缘密度为

$$f(x)=\int_{\Theta}f(x|\theta)\mathrm{d}G(\theta)=\int_{\Theta}c(\theta)u(x)\exp(-x/\theta)\mathrm{d}G(\theta)\triangleq u(x)p(x),\ x>0,$$

其中

$$p(x)=\int_{\Theta}c(\theta)\exp(-x/\theta)\mathrm{d}G(\theta).$$

$p(x)$ 的 i 阶导数为

$$p^{(i)}(x)=(-1)^i\int_{\Theta}\theta^{-i}c(\theta)\exp(-x/\theta)\mathrm{d}G(\theta).$$

我们考虑如下的刻度平方误差损失函数 [8]:

$$L(\theta,d)=(d-\theta)^2/\theta^k,$$

其中 $k\geq 2$ 是整数, θ 为刻度参数. 文献 [3] 考虑的加权平方损失就是 $k=2$ 的特例.

在刻度平方误差损失之下, 用 $\hat\theta_{BE}$ 表示 θ 的关于 G 的 Bayes 估计, 则由文献 [6] 知

$$\hat\theta_{BE}=\frac{E(\theta^{1-k}|X)}{E(\theta^{-k}|X)}=\frac{\int_{\Theta}\theta^{1-k}c(\theta)\exp(-x/\theta)\mathrm{d}G(\theta)}{\int_{\Theta}\theta^{-k}c(\theta)\exp(-x/\theta)\mathrm{d}G(\theta)}=\frac{-p^{(k-1)}(x)}{p^{(k)}(x)}.$$

于是 $\hat\theta_{BE}$ 的 Bayes 风险为

$$R(G)=R(\hat\theta_{BE},G)=E_{(X,\theta)}[(\hat\theta_{BE}-\theta)^2/\theta^k].$$

由于 $G(\theta)$ 是未知的, 因此 $\hat\theta_{BE}$ 无实用价值, 为此我们将进一步考虑 EB 估计.

引理 1.1 [9] 在给定的 Bayes 决策问题中, 假定对给定的先验分布, θ 的 Bayes 估计 $\delta_B(x)$ 是唯一的, 则它是容许估计.

由于本文所研究的刻度平方误差损失函数 $L(\theta,d)=(d-\theta)^2/\theta^k$ 关于 d 是严格凸函数, 故 θ 的 Bayes 估计唯一, 从而是容许的.

2 EB 估计的构造

在 EB 估计问题的结构中, 假定 $\{X_1,\theta_1\},\{X_2,\theta_2\},\cdots,\{X_n,\theta_n\}$ 和 $\{X,\theta\}$ 独立同分布, 其中 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 与 X 具有共同的密度函数 $f(x|\theta)$. $\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_n$ 与 θ 有共同的先验分布 $G(\theta)$; 又设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为独立同分布的随机变量序列.

下面采用核估计的方法来获得 θ 的 EB 估计. 设 $K_i(x)$ 为有界的 Borel 可测函数, 在区间 (0,1) 外取值为零, 且满足

$$\frac{1}{j!}\int_0^1 x^jK_i(x)\mathrm{d}x=\begin{cases}1, & j=i,\\ 0, & j\neq i, j=0,1,\cdots,s-1,\end{cases}$$

此处 $s\geq 3$ 是给定的整数. 类似于文献 [1], 定义 $p^{(i)}(x)$ 的核估计为

$$p_n^{(i)}(x)=\frac{1}{nh_n^{i+1}}\sum_{i=1}^n\frac{K_i((X_i-x)/h_n)}{\mu(X_i)},\ \ i=k-1,k,$$

其中 $h_n > 0$ 且 $\lim\limits_{n\to\infty} h_n = 0$.

相应地, 定义 θ 的 EB 估计为

$$\hat{\theta}_{EB} = \left[\frac{-p_n^{(k-1)}(x)}{p_n^{(k)}(x)}\right]_{n^v},$$

此处 $0 < v < 1$ 待定, 而

$$[b]_L = \begin{cases} b, & |b| \le L, \\ 0, & |b| > L. \end{cases}$$

于是 $\hat{\theta}_{EB}$ 的全面 Bayes 风险为

$$R_n = R_n(\Phi, G) = E_*[(\Phi - G)^2/\theta^k] = E_*[\hat{\theta}_{EB} - \theta)^2/\theta^k],$$

其中 E_* 表示关于 $(X_1, X_2, \cdots, X_n, (X, \theta))$ 的联合分布求期望.

根据定义, 如果 $\lim\limits_{n\to\infty} R_n = R(G), \forall G \in \mathcal{F}$, 则称 $\hat{\theta}_{EB}$ 为 θ 的关于 $\mathcal{F}$ 的渐近最优 EB 估计. 若对某个 $\delta > 0$, 有 $R_n - R_G = O(n^{-\delta})$, 则称 $\{\hat{\theta}_{EB}\}$ 的收敛速度的阶是 $O(n^{-\delta})$.

3 几个引理

本文以下用 $c, c_1, c_2, \cdots$ 表示不依赖于 n 的正常数, 它们在不同的地方可以表示不同的值, 即使在同一表达式中也是如此. 为获得 EB 估计的收敛速度, 先给出几个引理.

引理 3.1 对任一估计 Φ, 如果 $E(\theta^{2-k}) < \infty$, $E\big(\theta^{\frac{-k(2k-3)}{k-1}}\big) < \infty$, 其中 $k \ge 2$, 则有

$$R(\Phi, G) - R(G) = E_*[(\Phi - \hat{\theta}_{BE})^2/\theta^k].$$

证 因为

$$R(\Phi, G) = E_*[(\Phi - \theta)^2/\theta^k] = E_*[(\Phi - \hat{\theta}_{BE})^2/\theta^k] + R(G) + 2E_*[(\Phi - \hat{\theta}_{BE})(\hat{\theta}_{BE} - \theta)/\theta^k],$$

其中

$$\begin{aligned} &E_*[(\Phi - \hat{\theta}_{BE})(\hat{\theta}_{BE} - \theta)/\theta^k] \\ &= E_{(X_1, X_2, \cdots, X_n, X)}\{(\Phi - \hat{\theta}_{BE}) E_{(\theta | X_1, X_2, \cdots, X_n, X)}[(\hat{\theta}_{BE} - \theta)/\theta^k]\} = 0, \end{aligned}$$

又

$$\begin{aligned} R(G) &= E_{(X,\theta)}[(\hat{\theta}_{BE} - \theta)^2/\theta^k] \\ &\le E_{(X,\theta)}[(\hat{\theta}_{BE})^2 \cdot \theta^{-k} + \theta^{2-k}] \\ &\le c + E_X\left[\frac{E^2(\theta^{1-k}|X)}{E(\theta^{-k}|X)}\right] \\ &\le c + E_X\left[\frac{E(\theta^{2-2k}|X)}{E(\theta^{-k}|X)}\right]. \end{aligned}$$

由 Hölder 不等式,

$$\begin{aligned}\frac{E(\theta^{2-2k}|X)}{E(\theta^{-k}|X)} &\leq \frac{E^{\frac{1}{k}}((\theta^{-1})^k|X)\cdot E^{\frac{k-1}{k}}((\theta^{3-2k})^{\frac{k}{k-1}}|X)}{E(\theta^{-k}|X)}\\ &= E^{\frac{1}{k}-1}(\theta^{-k}|X)\cdot E^{\frac{k-1}{k}}\left(\theta^{\frac{k(3-2k)}{k-1}}\big|X\right).\end{aligned}$$

另外

$$E(\theta^{-k}|X)\leq E^{\frac{k-1}{2k-3}}\left(\theta^{\frac{-k(2k-3)}{k-1}}\big|X\right).$$

因此

$$\begin{aligned}\frac{E(\theta^{2-2k}|X)}{E(\theta^{-k}|X)} &\leq E^{\frac{1-k}{k}\cdot\frac{k-1}{2k-3}}\left(\theta^{\frac{-k(2k-3)}{k-1}}\big|X\right)E^{\frac{k-1}{k}}\left(\theta^{\frac{-k(2k-3)}{k-1}}\big|X\right)\\ &= E^{\frac{k^2-3k+2}{k(2k-3)}}\left(\theta^{\frac{-k(2k-3)}{k-1}}\big|X\right).\end{aligned}$$

记 $\gamma=\frac{k^2-3k+2}{k(2k-3)}$, 则由 $k\geq 2$ 知, $0\leq\gamma<1$. 再记 $t=E\big(\theta^{\frac{-k(2k-3)}{k-1}}|X\big)>0$, 于是

$$E^{\frac{k^2-3k+2}{k(2k-3)}}\left(\theta^{\frac{-k(2k-3)}{k-1}}\big|X\right)=t^{\gamma}.$$

当 $t>1$ 时, 则 $t^\gamma<t$; 当 $t\leq 1$ 时, 则 $t^\gamma\leq 1$. 于是

$$E_X\left[\frac{E(\theta^{2-2k}|X)}{E(\theta^{-k}|X)}\right]<\infty.$$

从而 $R(G)<\infty$. 因此引理成立.

引理 3.2[2] 设 Y 和 Z 为随机变量, y 和 z 为实数, 则对任意 $L>0$ 以及 $0<\lambda\leq 2$, 有

$$E\left|\left[\frac{Y}{Z}-\frac{y}{z}\right]_L\right|^r\leq 2|z|^{-r}\left\{E|Y-y|^r+\left(\left|\frac{y}{z}\right|+L\right)^r E|Y-y|^r\right\}.$$

引理 3.3 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为独立同分布样本序列, $u(x)$ 为单调非降函数, 且满足 $\frac{1}{u(x)}<\infty$, $\frac{u'(x)}{u^2(x)}<\infty$, $\sup\limits_x|p(x)|<+\infty,\sup\limits_x|p^{(s)}(x)|<+\infty$, 其中 $s\geq k+1$ 为整数. 取 $h_n=n^{-\frac{1}{2s+1}}$, 则对 $0<\lambda\leq 1$, 有

$$\begin{aligned}&E\left|p_n^{(k-1)}(x)-p^{(k-1)}(x)\right|^{2\lambda}\leq c\cdot n^{-\frac{2\lambda(s-k+1)}{2s+1}},\\ &E\left|p_n^{(k)}(x)-p^{(k)}(x)\right|^{2\lambda}\leq c\cdot n^{-\frac{2\lambda(s-k)}{2s+1}}.\end{aligned}$$

证 用类似于文献 [3] 中引理 3.4 的方法即可证得.

引理 3.4 如果 $E\left(\theta^{2k\lambda s}\right)<\infty$, 其中 $\lambda s\geq 1$, 则 $E\left|\hat\theta_{BE}(X)\right|^{2\lambda s}<\infty$.

证 由于

$$E\left|\hat\theta_{BE}(X)\right|^{2\lambda s}=E_X\left(\frac{E(\theta^{1-k}|X)}{E(\theta^{-k}|X)}\right)^{2\lambda s}=E_X\left(\frac{E^2(\theta^{1-k}|X)}{E^2(\theta^{-k}|X)}\right)^{\lambda s}.$$

注意到

$$\begin{aligned}\frac{E^2(\theta^{1-k}|X)}{E^2(\theta^{-k}|X)} &\le \frac{E(\theta^{2-2k}|X)}{E^2(\theta^{-k}|X)}\\ &\le \frac{E^{\frac{2}{k}}\left((\theta^{-2})^{\frac{k}{2}}|X\right)\cdot E^{\frac{k-2}{k}}\left((\theta^{4-2k})^{\frac{k}{k-2}}|X\right)}{E^2\left(\theta^{-k}|X\right)}\\ &= E^{\frac{2}{k}-2}\left(\theta^{-k}|X\right)\cdot E^{\frac{k-2}{k}}\left(\theta^{-2k}|X\right).\end{aligned}$$

而 $E(\theta^{-k}|X)\le E^{\frac{1}{2}}(\theta^{-2k}|X)$, 于是

$$\begin{aligned}\frac{E^2(\theta^{1-k}|X)}{E^2(\theta^{-k}|X)} &\le E^{(\frac{2}{k}-2)\cdot\frac{1}{2}}(\theta^{-2k}|X)\cdot E^{\frac{k-2}{k}}(\theta^{-2k}|X)\\ &= E^{-\frac{1}{k}}(\theta^{-2k}|X)\le E^{\frac{1}{k}}(\theta^{2k}|X).\end{aligned}$$

记 $\gamma=\frac{1}{k}$, 则 $0<\gamma\le\frac{1}{2}$. 再记 $t=E\left(\theta^{2k}|X\right)>0$, 则当 $t>1$ 时, 有 $t^\gamma<t$; 当 $t\le 1$ 时, 有 $t^\gamma\le 1$. 因此, 当 $E\left(\theta^{2k\lambda s}\right)<\infty$ 时, 有

$$E\left|\hat{\theta}_{BE}(X)\right|^{2\lambda s}=E_X\left(\frac{E^2(\theta^{1-k}|X)}{E^2(\theta^{-k}|X)}\right)^{\lambda s}\le E_X\left(E(\theta^{2k}|X)\right)^{\lambda s}<\infty.$$

4 主要定理

定理 4.1 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自刻度指数族分布的独立同分布样本序列, θ 为刻度参数, 假设:

(1) $u(x)$ 为单调非降函数, $\frac{1}{u(x)}<\infty$, $\frac{u'(x)}{u^2(x)}<+\infty$;

(2) $\sup\limits_x|p(x)|<\infty$, $\sup\limits_x|p^{(s)}(x)|<\infty$;

(3) $E(\theta^{2-k})<\infty$, $E(\theta^{\frac{-k(2k-3)}{k-1}})<\infty$, $E(\theta^{2k\lambda s})<\infty$,

其中 $\frac{1}{2}\le\lambda<1$, 给定的整数 $s\ge k+1$, 则当 $h_n=n^{-\frac{1}{2s+1}}$ 时, 有

$$R_n-R(G)=O\left(n^{-\frac{2\lambda^2 s(s-k)}{(2s+1)(\lambda s+1)}}\right).$$

证 由引理 3.1 知

$$R_n-R(G)=E_*[(\hat{\theta}_{EB}-\hat{\theta}_{BE})^2/\theta^k]=E_{(X,\theta)}[\theta^{-k}E(\hat{\theta}_{EB}-\hat{\theta}_{BE})^2].$$

而

$$E(\hat{\theta}_{EB}-\hat{\theta}_{BE})^2=E(\hat{\theta}_{EB}-\hat{\theta}_{BE})^2 I_{(\hat{\theta}_{BE}\le\frac{1}{2}n^v)}+E(\hat{\theta}_{EB}-\hat{\theta}_{BE})^2 I_{(\hat{\theta}_{BE}>\frac{1}{2}n^v)}\triangleq I_1+I_2,$$

由引理 3.2 和 3.3 得

$$\begin{aligned} I_1 &\le \left(\frac{3}{2}n^v\right)^{2-2\lambda} E\left|\left[\hat\theta_{EB}-\hat\theta_{BE}\right]_{\frac{3}{2}n^v}\right|^{2\lambda} \\ &\le \left(\frac{3}{2}n^v\right)^{2-2\lambda}\cdot 2|p^{(k)}(x)|^{-2\lambda}\left\{E|p_n^{(k-1)}(x)-p^{(k-1)}(x)|^{2\lambda}+(2n^v)^{2\lambda}E|p_n^{(k)}(x)-p^{(k)}(x)|^{2\lambda}\right\} \\ &\le \left(\frac{3}{2}n^v\right)^{2-2\lambda}\cdot c\left\{c\cdot n^{-\frac{2\lambda(s-k+1)}{2s+1}}+c\cdot n^{2\lambda v}\cdot n^{-\frac{2\lambda(s-k)}{2s+1}}\right\} \\ &\le c\cdot n^{2v-\frac{2\lambda(s-k)}{2s+1}}. \end{aligned}$$

于是

$$E_{(X,\theta)}\left[\theta^{-k}E(\hat\theta_{EB}-\hat\theta_{BE})^2 I_{(\hat\theta_{BE}\le\frac{1}{2}n^v)}\right]\le c\cdot n^{2v-\frac{2\lambda(s-k)}{2s+1}}E(\theta^{-k})\le c\cdot n^{2v-\frac{2\lambda(s-k)}{2s+1}}.$$

又 $I_2\le 10\hat\theta_{BE}^2\cdot I_{\left(\hat\theta_{BE}>\frac{1}{2}n^v\right)}$, 所以

$$\begin{aligned} & E_{(X,\theta)}\left[\theta^{-k}E(\hat\theta_{EB}-\hat\theta_{BE})^2 I_{\left(\hat\theta_{BE}>\frac{1}{2}n^v\right)}\right] \\ \le\ & 10E_{(X,\theta)}\left[\theta^{-k}\cdot\hat\theta_{BE}^2\cdot I_{\left(\hat\theta_{BE}>\frac{1}{2}n^v\right)}\right] \\ \le\ & c\cdot E_X I_{\left(\hat\theta_{BE}>\frac{1}{2}n^v\right)} \\ \le\ & c\cdot\frac{E|\hat\theta_{BE}(X)|^{2\lambda s}}{\left(\frac{1}{2}n^v\right)^{2\lambda s}} \\ \le\ & c\cdot n^{-2v\lambda s}. \end{aligned}$$

于是

$$R_n-R(G)\le c\cdot n^{2v-\frac{2\lambda(s-k)}{2s+1}}+c\cdot n^{-2v\lambda s}.$$

取 $v=\frac{\lambda(s-k)}{(2s+1)(\lambda s+1)}$, 则有 $2v\lambda s=\frac{2\lambda(s-k)}{2s+1}-2v$. 从而

$$R_n-R(G)=O\left(n^{-\frac{2\lambda^2 s(s-k)}{(2s+1)(\lambda s+1)}}\right).$$

定理得证.

注 4.1 当 $k=2$ 时, 定理 4.1 的收敛速度与文献 [3] 中定理 3.1 的收敛速度一致.

5 例子

假设给定参数 θ 时, 随机变量 X 的密度为

$$f(x|\theta)=\frac{1}{\theta}\exp\left(-x/\theta\right)I_{[x>0]},$$

此时, $c(\theta)=\frac{1}{\theta}$, $u(x)\equiv 1$, 样本空间 $\mathcal{X}=(0,+\infty)$, 参数空间 $\Theta=(0,+\infty)$.

取 θ 的先验密度为

$$g(\theta)=\frac{\beta^b}{\Gamma(b)}\theta^{-(b+1)}\exp(-\beta/\theta)I_{(\theta>0)},$$

其中 $b>0$, $\beta>0$ 为常数. 于是 X 的边际密度为

$$f(x)=\int_0^{\infty} f(x|\theta)g(\theta)\mathrm{d}\theta=\int_0^{\infty}\frac{\beta^b}{\Gamma(b)}\theta^{-(b+2))}\exp\left\{-\frac{x+\beta}{\theta}\right\}\mathrm{d}\theta\triangleq p(x),$$

则 $p(x)=\frac{c}{(x+\beta)^{b+1}}$ 为 x 的任意阶可微函数, 且 $\sup\limits_x|p(x)|<+\infty$, $\sup\limits_x|p^{(s)}(x)|<+\infty$. 容易验证定理 4.1 中的其它条件也满足, 故定理 4.1 的结论对于此例成立.

参 考 文 献

[1] Chen Xiru. Asymptotically optimal empirical Bayes estimation for parameter of one-dimension discrete exponential families[J]. Chin. Ann. Math, 1983, 4B(1): 41–50.

[2] 赵林城. 一类离散分布参数的经验 Bayes 估计的收敛速度 [J]. 数学研究与评论, 1981, 1: 59–69.

[3] 王立春, 韦来生. 刻度指数族参数的经验 Bayes 估计的收敛速度 [J]. 数学年刊, 2002, 23A(5): 555–564.

[4] Jozani M J, Nematollahi N, Shafie K. An admissible minimax estimator of a bounded scale-parameter in a subclass of the exponential family under scale-invariant squared-error loss[J]. Statistics & Probability Letters, 2002, 60(4): 437–444.

[5] Qin Yin. Bayesian estimation of geometric distribution parameter under the scaled squared error loss function[J]. Environmental Science and Information Application Technology, 2010, 7(2): 650–653.

[6] 许俊美, 宋立新, 付天宇. 刻度平方误差损失下巴斯卡分布参数估计的 Bayes 估计 [J]. 渤海大学学报 (自然科学版), 2007, 28(3): 238–240.

[7] Esary J D, Proschan F, Walkup D W. Association of random variables with applications[J]. Ann. Math. Statist., 1967, 38: 1466–1474.

[8] Lehmann E L, Romano J P. Testing statistical hypotheses (3rd ed.)[M]. New York: Springer, 2005.

[9] 茆诗松. 高等数理统计 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1998: 367–272.

[10] 陈家清, 刘次华. 指数分布危险函数的经验 Bayes 双侧检验的收敛速度: II 型截尾情形 [J]. 应用概率统计, 2008, 24(3): 255–264.

[11] 刘次华, 李少玉. 线性指数模型参数的经验贝叶斯估计 [J]. 华中科技大学学报, 2006, 34(3): 111–114.

AN EMPIRICAL BAYESIAN ESTIMATOR AND ITS CONVERGENCE RATE FOR THE PARAMETER IN THE SCALE-EXPONENTIAL FAMILY

HE Dao-jiang , YOU You

(*School of Mathematics and Computer Science, Anhui Normal University, Wuhu 241000, China*)

Abstract: In this paper, the Bayesian estimator of the parameter in the scale-exponential family is derived under the scaled squared error loss function. By the method of Kernel estimation, the empirical Bayesian estimator of the parameter is then constructed. Finally, the convergence rate of the EB estimator is established, which generalizes some results in literature.

Keywords: the scaled squared error loss function; kernel estimation; empirical Bayesian estimation; convergence rate

2010 MR Subject Classification: 62C12